

Corso di Laurea in Informatica Umanistica

Motivi ricorsivi a maglia

Candidato: Silvia Greco

Relatori: Anna Bernasconi, Linda Pagli

1 ottobre 2009

Anno Accademico 2008/2009



Università di Pisa

a mio padre

Ringrazio di cuore...

due donne professionalmente e umanamente eccezionali: la *Prof.ssa Anna Bernasconi* e la *Prof.ssa Linda Pagli* per il loro interessamento e la loro continua disponibilità.

la mia amica di sempre: Silvia, per averci creduto ancor prima di me stessa, per avermi supportato e "sopportato" durante questo cammino.

la mia compagna di università Iryna per le risate che hanno allentato la tensione, Flavia per i suoi importanti consigli.

mia sorella Sabrina e i suoi messaggi di "in bocca al lupo" puntuali e aspettati e al suo "buon esempio", alle mie amiche che ho troppo spesso dovuto trascurare e in particolare Tiziana per la sua disponibilità e per le pause-pranzo che, grazie alla mia tesi, ha dovuto eludere.

a Simone prezioso consulente di Java, a Andrea paziente collaboratore

zia Olga e tutti gli amici che hanno creduto in me ed infine ringrazio anche "te", perché il tuo non credere in me, mi ha spinto a diventare sempre più tenace!

1	INTRODUZIONE	5
2	STORIA DEL LAVORO A MAGLIA	6
2.1	Introduzione	6
2.2	I primi ritrovamenti	7
2.3	La nascita dei punti irlandesi	10
2.4	I punti nel resto dell'Europa	12
2.5	Il lavoro a maglia nell'arte	14
2.6	La tecnica del lavoro in tondo	15
2.7	La diffusione del lavoro a maglia in Europa e Joseph Marie Jacquard	16
2.7.1	<i>Il telaio Jacquard</i>	18
2.8	I secoli che seguirono in Europa	20
3	LA RICORSIVITA', GLI ALGORITMI RICORSIVI E LE GRAMMATICHE	22
3.1	La ricorsività	22
3.2	Algoritmi ricorsivi e il Divide et Impera	24
3.2.3	<i>Altri esempi di algoritmi ricorsivi</i>	28
3.3	Le grammatiche [4]	29
4	ALGORITMI RICORSIVI APPLICATI AL LAVORO A MAGLIA	33
4.1	Introduzione	33
	Figura 13: Spiegazione verbale del punto Legaccio	38
4.2	Schemi ricorsivi	39
4.2.1	<i>La scacchiera</i>	40
4.2.2	<i>Il tappeto di Sierpinski [5][6]</i>	44
4.2.3	<i>L'albero binario</i>	46
5	LE GRAMMATICHE E LA MAGLIA	48
6	MOTIVI RICORSIVI FANTASIA	53
6.1	Introduzione	53
6.2	Il prodotto di Kronecker	54
6.2.1	<i>Gli algoritmi "FancyPatter" e motivi ricorsivi</i>	55
6.2.2	<i>L'applicazione web Crea il tuo motivo del sito "motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di...MAGLIA!" e gli esempi realizzati</i>	60
6.3	Conclusioni	63
7	LE MACCHINE DA MAGLIERIA MODERNE	64
7.1	Un'esperienza in fabbrica	64
8	CONCLUSIONI	69

1 INTRODUZIONE

Questa tesi dal titolo *Motivi ricorsivi a maglia* è un'estensione e un approfondimento di uno studio condotto da un gruppo di ricercatrici, appassionate di maglia, del Dipartimento di Informatica di Pisa. Il loro studio, illustrato negli articoli di Anna Bernasconi, Chiara Bodei e Linda Pagli, [5] *On formal description for knitting recursive patterns*, Journal of Mathematics and the Arts, research article, Vol.00, No.00, Month 200x, 1-20 e [6] *Knitting for fun: a recursive*, si proponeva di investigare le relazioni che intercorrono tra *informatica* e *lavoro a maglia*. In questa ricerca, in particolare, si sono evidenziate le similitudini esistenti tra le *grammatiche formali* e la *grammatica che descrive un motivo da lavorare a maglia*, vedendo in particolare, la tale descrizione come un *algoritmo* e, in alcuni casi, come un *algoritmo ricorsivo*. Ed è proprio dalla definizione ricorsiva di un motivo che è nata l'idea di scrivere un programma informatico che fosse breve ed efficiente, e che gestendo alcuni parametri, potesse generare motivi fantasia. La parte originale di questa tesi, prende spunto proprio da tale algoritmo, tradotto in linguaggio informatico, che qui viene reinterpretato e implementato, e che è in grado di produrre in pratica e in modo semplice, un'infinità di motivi da lavorare a maglia. In altre parole, l'utilizzazione della procedura informatica da parte di un eventuale utente, permette allo stesso, di generare un proprio *motivo personale* assolutamente originale. Tale funzionalità è stata implementata in un sito web, creato in occasione di questa tesi, chiamato *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ... MAGLIA!* L'utente, accolto da un'interfaccia semplice e gradevole, accedendo alla pagina *Crea il tuo motivo* e gestendo a piacere i 4 parametri richiesti, può ottenere infiniti motivi fantasia da realizzare a maglia. Il sito web *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ... MAGLIA!* è stato progettato e realizzato ad elevata accessibilità utilizzando un codice (X)HTML e CSS valido, ovvero un codice scritto nel rispetto dei relativi standard definiti dal W3C, ed è corredato da un manuale d'uso e da esempi già realizzati. All'interno di questa tesi, i risultati appena descritti, sono preceduti da un'introduzione sulla *storia del lavoro a maglia*, sul concetto di *algoritmi e di grammatiche*; argomenti la cui introduzione è necessaria per la comprensione della *filosofia* del programma di creazione dei motivi ricorsivi fantasia.

La parte finale di questa relazione, invece, è una digressione sul funzionamento delle *moderne macchine da maglieria* e di come si specifichi, in ambito industriale, un *motivo fantasia* da realizzare con i moderni telai automatici. Questa parte è il risultato dello studio e delle simulazioni effettuate in una fabbrica di maglieria locale. In realtà, diversamente dalla nostra applicazione, in questo ambito, di automatico c'è relativamente poco, almeno per ciò che concerne la parte inventiva dei motivi originali; la *fantasia* infatti, è implementata direttamente dall'operatore sottoforma di punti disposti graficamente in maniera fantasiosa, e decisi quindi a priori dallo stesso, e non come risultato di un'elaborazione informatica come, al contrario, avviene nella nostra applicazione.

2 STORIA DEL LAVORO A MAGLIA

2.1 Introduzione

L'origineⁱ del lavoro a maglia non ha una datazione certa poiché risulta difficile distinguere se le notizie pervenute, riguardino lavori eseguiti ai ferri, oppure al telaio. È comunque abbastanza verosimile ricercarne l'inizio nell'Era del Neolitico, quando l'uomo, per ottenere tessuti con i quali coprirsi, ancor prima di cucire le pelli degli animali, usava le dita per intrecciare le fibre disponibili in natura. Fu poi nell'Era del Bronzo e del Ferro, che vennero inventati i primi veri aghi di metallo; ebbe così origine anche la tessitura. L'argomento che riguarda il lavoro a maglia, rivalutato recentemente da studi approfonditi, offre notizie documentate solo a partire dal II o III secolo dopo Cristo. Per il periodo precedente, infatti, non siamo in possesso di strumenti che ci aiutino a distinguere la storia dalla leggenda. Alcune notizie, per esempio, provengono da ritrovamenti avvenuti presso le tombe egiziane, dove gli abiti sacerdotali scolpiti o dipinti sulle pareti, ricordano le lavorazioni a maglia; inoltre alcune sculture risalenti al IV secolo a.C., ci fanno ipotizzare che il lavoro a maglia fosse già entrato nella vita quotidiana dell'epoca. Un esempio in questo senso, ce lo offre la statua greca dell'immagine riportata di seguito.



Figura 1: Atene Museo del Partenone, Kore n. 670

La statua sembra indossare un maglione simile a quello in uso ai nostri tempi, e pur non avendo documenti specifici al riguardo, come si è detto, da un'osservazione attenta, si può notare che l'artista ha riprodotto con lo scalpello la lavorazione del *punto costa 3/3* ossia del punto lavorato con tre *maglie rasate a dritto* alternate da tre *maglie rasate a rovescio*, oppure di un'alternanza di sette maglie dritte e tre maglie rovesce riportate nelle vesti senza cuciture che venivano indossate durante le cerimonie sacre. È interessante notare anche il particolare rappresentato dall'utilizzo dei numeri *tre* e *sette*, che

erano considerati portatori, come di conseguenza il tessuto lavorato a maglia, di poteri magici. Ancora, secondo alcuni storici, la descrizione della tunica di Cristo, riportata dal Vangelo «(...) *senza cuciture, tessuta tutta d'un pezzo da cima a fondo* (...)», si riferisce alla fattura di una tunica lavorata a maglia, come del resto, di tessuto a maglia erano anche i bikini delle ragazze romane raffigurate nei mosaici dell'epoca.

In conclusione, possiamo affermare che la diffusione della maglia avverrà in modo progressivo grazie all'opera compiuta dai marinai fenici, egiziani e siriani che la portarono fino alle coste inglesi e di lì al Nuovo Mondo.

2.2 I primi ritrovamenti

Un'opera di notevole aiuto nello studio delle origini del lavoro a maglia fu scritta da Richard Rutt, vescovo di Leicester che visse intorno al 1920 e che porta il titolo: *A History of Handknitting* [1]. Nel tracciare lo sviluppo e la raffinatezza del lavoro a maglia, l'autore attinge dall'esperienza letteraria numerose prove, prestando particolare attenzione agli aspetti sociali del mestiere inerente la lavorazione della maglia.

Egli rivaluta numerose leggende popolari analizzando i cambiamenti che coinvolsero gli strumenti e le tecniche della maglia e comprendendo nel suo studio, anche gli aspetti storici e geografici dell'argomento. Il libro include anche una definizione di maglieria in relazione ad altri filati artigianali come il *crochet*¹ e il *nalbinding*². Infine, nell'opera è inserito uno storico glossario con chiari schemi tecnici e un gran numero di disegni e modelli delineati da elementi storici, tra i quali compare una trascrizione del primo modello inglese di maglieria.

In realtà, come abbiamo accennato, lo ribadisce anche Rutt, è possibile esaminare il primo reperto a maglia del quale notare la struttura e i colori, solo in ritrovamenti dell'epoca cristiana. La spiegazione della mancanza di testimonianze antecedenti, potrebbe essere dovuta al fatto che i manufatti più antichi, non hanno resistito all'usura del tempo o, più semplicemente, sono stati riciclati più volte. Infatti, uno dei pregi maggiori del tessuto lavorato a maglia è proprio quello di poter essere disfatto e impiegato nuovamente per altri utilizzi.

Il primo manufatto a maglia venne alla luce in Siria tra le rovine di *Dura - Europas*³ e sembra sia stato ottenuto in maniera molto simile ai tessuti realizzati ancor oggi con il ferro circolare, oppure con i due ferri tenuti liberamente tra le mani; tecnica differente rispetto a quella più diffusa anche ai nostri tempi, ottenuta con un ferro tenuto sotto l'ascella destra. Richard Rutt riguardo a questo primo ritrovamento, propende per la teoria che sostiene che il frammento di Dura - Europas non sia stato lavorato a maglia, ma con una tecnica differente, che abbiamo già nominato, e che porta il nome di *nalbinding* o *maglia con l'ago*.



¹ Particolare lavorazione all'uncinetto

² termine che significa letteralmente "la maglia con l'ago", la tecnica era usata principalmente in Scandinavia

³ Dura Europos Antica città della Siria situata sul medio corso dell'Eufrate, fu fondata dai Seleucidi intorno al 300 a.C. come colonia militare. Il periodo del dominio partico (114 a.C. - 165 d.C.) fu quello della massima prosperità del centro, che divenne un'importante tappa per il traffico carovaniero e fluviale. Dopo la conquista romana (165 d.C.), fu trasformata in uno dei più possenti presidi sul confine eufratico. Fu distrutta dai persiani nel 256 d.C. e poco dopo definitivamente abbandonata.

Figura 2 : L'ago piatto, con piccolo buco per il filato per il naldibing



Figura 3 : La lavorazione con la tecnica del nalbinding vagamente simile alla maglia

Il nalbinding non è una metodologia efficiente come quella del lavoro a maglia. Il risultato che si ottiene non è, infatti, particolarmente flessibile ed elastico, come lo sono i lavori realizzati con i ferri; inoltre, la lavorazione nalbinding è di lenta esecuzione, ed è piuttosto difficile da conformare alle linee arrotondate necessarie per esempio per gli scalfi (o ascelle), che nel lavoro a maglia si ottengono semplicemente eseguendo delle diminuzioni o degli aumenti all'interno del lavoro. Per queste motivazioni, quando la tecnica del lavoro a maglia è arrivata in Europa, il nalbinding ha perso velocemente il suo ruolo.

Ancora, riguardo ai ritrovamenti di Dura Europas, un'altra teoria afferma che le lavorazioni siano state, in realtà, create da un solo ferro uncinato sulla punta, come lo è ad esempio l'uncinetto tunisino⁴. Inoltre, la zona dei ritrovamenti, ossia l'area medio-orientale, fa propendere gli studiosi per un'origine indoeuropea del lavoro a maglia. Ciò è suggerito anche dal termine sanscrito *nahyat* che significa lavoro a maglia, ma anche rete all'uncinetto, da cui deriva il termine anglosassone *ketten* fino ad arrivare al termine in inglese moderno *knitting*. Anche la zona del Perù risulta interessata a qualche ritrovamento che, peraltro, riporta la stessa datazione del primo reperto siriano. Infine, anche in territorio egiziano ed in particolare nella città di *Bahnasa*, sono stati rinvenuti numerosi capi lavorati a maglia che si fanno risalire al IV e al V secolo. Per quanto detto, comunque, si può sostenere con certezza, che è la *tradizione mediterranea* del lavoro a maglia, quella che si è poi diffusa in tutta l'Europa.

⁴ strumento tipico della lavorazione manuale, più semplice e più antico del lavoro a telaio, che era molto diffuso nell'area mediterranea

2.3 La nascita dei punti irlandesi

I maglioni irlandesi, o *Aran*, dal nome delle isole della Repubblica d'Irlanda, sono oggetto di un vasto numero di racconti leggendari. La loro terra di origine, contrariamente a ciò che ci suggerirebbe il nome, è l'Egitto, ed in particolare la già ricordata città egiziana di Bahnasa. Essa, infatti, nei secoli IV e V era abitata dai Cristiani Copti, che erano scampati all'invasione degli Arabi, trovando rifugio presso i monasteri delle coste e delle isole irlandesi.



Figura 4 : La zona dei primi ritrovamenti



Figura 5 : Simbolo Cristiano Copto

Lo dimostrano i simboli copti e gli altri disegni tipici del periodo egiziano, che si sono innestati nella tradizione locale, fondendosi con i motivi celtici già presenti in tutta la regione. E così, grazie ai Santi e ai monaci irlandesi, i disegni riprodotti nelle lavorazioni dei simboli, arrivarono alle isole Aran e lì utilizzati nella realizzazione dei maglioni irlandesi.

È interessante, inoltre, sottolineare che, in queste zone dell'Irlanda, la lavorazione della maglia perse la vivacità dei colori che era stata una caratteristica predominante fino a quel momento nel territorio egiziano, ma acquistò, una straordinaria varietà nella lavorazione dei punti che, eseguiti con la grossa lana non ritorta e non tinta, tipica di queste isole, servì a riprodurre i più importanti disegni simbolici della tradizione locale. I punti che venivano realizzati, infatti, erano considerati dalla leggenda densi di significato e beneauguranti. Essi venivano lavorati generalmente su un fondo a maglia rasata rovescia sul quale spuntavano i boccioli dell'albero della vita. Inoltre, veniva riprodotto il movimento dell'acqua della sorgente della salvezza nonché il diamante dell'abbondanza, lavorato con motivi di maglie in forma di losanghe a grana di riso ed infine, le linee a zig zag erano utilizzate per rappresentare il matrimonio. Il segreto dei punti Aran, fino ad allora detenuto dai monaci locali, quando uscì dalle celle di questi ultimi, fu insegnato ai pescatori della zona che eseguirono personalmente i maglioni, mentre alle mogli, fu delegato il compito di filare la lana. I punti lavorati dai pescatori divennero ben presto i simboli distintivi delle rispettive famiglie, tanto che ogni clan aveva il suo riferimento in una serie di lavorazioni tipiche riproposte in tutti i loro capi. Quando due gruppi, attraverso il matrimonio, si imparentavano, la nuova famiglia ereditava i punti dei due clan di provenienza. È facile immaginare, come in questo modo, i punti Aran si diffusero all'interno delle famiglie irlandesi piuttosto velocemente. Furono proprio le lavorazioni, che identificavano i vari clan indossate dai pescatori dispersi in mare, un prezioso strumento di identificazione delle vittime dell'oceano.

Il vescovo Richard Rutt, nella sua opera [1], riguardo ai maglioni Aran, caldeggia invece una tesi radicalmente diversa. Egli sostiene, che non esistono testimonianze dell'esistenza di maglioni Aran nella zona irlandese, precedentemente al Novecento. Prima di questa data, infatti, è riscontrabile, come dimostrano fotografie e altri reperti iconografici che Rutt esamina, che i pescatori irlandesi indossavano maglioni simili a quelli prodotti nelle *isole della Manica* (Jersey o Guernseyⁱⁱ) cioè sostanzialmente privi di trecce complesse, ed eseguiti in filato blu scuro. Capi in definitiva molto differenti rispetto a quelli delle isole Aran.

Questi ultimi, cominciarono a comparire in dipinti, disegni, fotografie e filmati, solo a partire dagli anni Venti, mentre, la più vecchia traccia materiale rappresentata dal primo maglione tutt'ora conservato, sarebbe datata non prima degli anni Trenta. Il vescovo Rutt nota, inoltre, come gli Aran riprendano la forma dei maglioni delle isole della Manica modificandone la costruzione. La loro confezione, infatti, non avveniva in un solo pezzo senza cuciture, come nella metodologia dei maglioni Aran, bensì nella maniera più abituale anche ai nostri tempi ossia in quattro pezzi, davanti, dietro e due maniche, cuciti tra loro.

Inoltre, lo stesso ricercatore osserva che i motivi Aran ripropongono trecce e noccioline tipiche della maglia tirolese, ed in particolare delle calze prodotte in quella regione. Mediante una serie di ricerche e interviste, il vescovo riuscì, infatti, ad identificare l'origine dei maglioni Aran in una specifica famiglia di cui intervistò i componenti superstiti e gli eredi. Questa famiglia, emigrando negli Stati Uniti nei primi anni del XX secolo, avrebbero appreso le tecniche tirolesi dai vicini di casa ed amici, portando le stesse lavorazioni in Irlanda, alla fine della loro avventura americana. Da lì i nuovi punti così appresi, trovarono una vasta diffusione, tanto da diventare estremamente popolari, mentre i maglioni Aran persero progressivamente la fattura circolare e iniziarono a venir prodotti in pezzi separati. Inoltre, da questo momento, i capi cominciarono ad essere fabbricati in lana più soffice, meno resistente e rigorosamente monocromatica, in prevalenza di colore bianco.

2.4 I punti nel resto dell'Europa

Le lavorazioni a maglia, importate dalle coste mediterranee nel resto dell'Europa, persero la loro iniziale staticità dei simboli e dei colori, che da qui in avanti, si moltiplicarono e si arricchirono dando origine a risultati di grande pregio. I simboli che, con i punti a maglia venivano realizzati, riproponevano gli elementi dei luoghi del vissuto quotidiano, come fiori, stelle e alberi, che venivano rappresentati tramite i punti a rilievo e nei punti traforati.

Contribuirono massicciamente alla diffusione delle nuove tecniche in tutta l'Europa, i mercanti che percorsero per i loro commerci, le rotte carovaniere.

Il filato utilizzato abitualmente in Europa era quello della lana mentre in ambito egiziano, era, il cotone. Quando, in epoca più avanzata, venne importata la seta dall'Oriente, questa divenne il tipo di filato preferito dai papi e dai re. Si realizzarono, infatti, capi molto preziosi, arricchiti spesso di fili d'oro che si venivano uniti, nella lavorazione, al filato di seta. Un esempio di apprezzamento del pregiato filato è dimostrato dal fatto che Papa Innocenzo IV quando venne sepolto nel 1254, indossava dei guanti a disegni multicolori lavorati in seta e in filo d'oro di importazione spagnola. Ricordiamo infatti, che fu proprio la Spagna, una delle più importanti scuole per il lavoro a maglia. Questa nazione raggiunse il suo massimo splendore nel XVI secolo, quando divenne famosa, proprio per la lavorazione dei guanti confezionati, come si è detto, in seta e fili d'oro. Un'altra testimonianza si apprende dai quadri raffiguranti il matrimonio del 1533 di Enrico II di Francia con Caterina de' Medici, dove si nota chiaramente che lo sposo indossava calze di seta fatte a mano e lavorate con quattro ferri senza cuciture; calze di fabbricazione italiana preferite, peraltro, anche da Enrico VIII d'Inghilterra.



Figura 6 : Jacopo di Chimenti da Empoli (Firenze 1551-1640), *Nozze di Caterina de' Medici* - 1600

2.5 Il lavoro a maglia nell'arte

È interessante notare come un capo che venisse indossato da un membro della casa reale diventasse oggetto di imitazione degli altri membri dello stesso clan. È possibile apprezzare questo particolare, in arte, analizzando, ad esempio, i quadri di *Hans Holbein il Giovane*⁵ e di altri artisti della sua scuola; nelle loro opere che ritraggono la famiglia dei Tudor nel corso degli anni e nei diversi momenti della loro vita. Nei dipinti, si riscontra la presenza costante di un semplice motivo lavorato a maglia rasata con diminuzioni regolari, riportato su tutti i berretti della famiglia e sembra che, addirittura, tale particolare lavorazione caratterizzò la moda di intero secolo.

Ma il quadro che più fedelmente testimonia l'apprezzamento del lavoro ai ferri da parte dei pittori, è la *pala d'altare di Buxehude* in Germania, nota come *La visita degli Angel* dipinta da Mastro Bertram nel Quattrocento. Nell'opera viene rappresentato un momento di vita familiare della casa di Nazareth. Si può osservare la Madonna intenta a sferruzzare una piccola tunica senza cuciture per Gesù Bambino, rifinandone la scollatura con il sistema circolare a quattro ferri. Tale tecnica, in realtà, era ancora sconosciuta nel Quattrocento in Germania; fu infatti appresa da Mastro Bertram durante un suo viaggio in Italia e presentata in questa sua opera.



Figura 7: Mastro Bertram *La visita degli angeli* (1400-1410)

⁵ pittore e incisore tedesco (Augusta 1497 - Londra 1543)

2.6 La tecnica del lavoro in tondo

La tecnica del lavoro in tondo, che prevedeva la lavorazione dei maglioni in un solo pezzo senza cuciture, della quale abbiamo già accennato, oltre che in Italia, era conosciuta, ad esempio, anche nelle lande della Francia del Sud, dove i pastori la realizzavano usando cinque ferri.

Anche nelle isole britanniche *Guernsey* i maglioni erano lavorati con la medesima tecnica, ed erano confezionati con pura lana britannica trattata con olio, oppure con puro cotone americano. La lunga storia dei *maglioni Guernsey* risale al XVI secolo durante il regno della Regina Elisabetta I di Inghilterra. Tali capi, per la loro particolare lavorazione e consistenza del filato, si mostrarono particolarmente resistenti e termici e divennero indispensabili per i pescatori di tutta la zona britannica che a quei tempi si spingevano fino al largo della costa del Labrador in Canada per le loro battute di pesca al merluzzo bianco. La popolazione di Guernsey, che si era già specializzata da tempo nella lavorazione delle calze, trovò che la lana così trattata e lubrificata con la lanolina naturale, disponibile in questa zona, potesse essere ideale per la fabbricazione di capi idrorepellenti e proprio per questo, adatti ai pescatori durante il loro lavoro. Anche l'ammiraglio Nelson, durante le guerre napoleoniche, ordinò l'introduzione dei maglioni Guernsey tra le uniformi della Royal Navy che furono indossate anche durante il conflitto di Trafalgar del 1805. Inoltre, lo stile Guernsey è, più di ogni altro, associato ad un momento non lieto della storia della monarchia inglese e precisamente ricorda la decapitazione di re Carlo I. Infatti, la tunica indossata dal monarca al momento dell'esecuzione capitale, avvenuta nel 1649, era lavorata in maglia di seta color blu reale, ed era stata commissionata in Italia secondo lo stile e i punti Guernsey.

Nel nord dell'Inghilterra, e precisamente nell'area delle Shetland, la lavorazione dei maglioni era effettuata con la *tecnica Fair Isle*, dal nome dell'isola scozzese di Fair. I punti, secondo questa tecnica, erano realizzati con un gioco di ferri lunghi a doppie punte, uno dei quali era infilato nella cosiddetta *Knitting Belt*⁶.

⁶ una sorta di cintura con un contenitore per il ferro, per aiutare a sostenerne il peso durante il lavoro

Per realizzare questa metodologia, venivano usati, di solito, 2 o al massimo 3 filati di colori differenti lavorati in tondo.

In questi capi non doveva mancare la riproduzione del motivo *OXO*, ottenuto stilizzando dei cerchi «O» e delle «X», fino agli scalfi⁷, anch'essi realizzati con l'impiego delle due tonalità di colore. Originariamente, tutti i motivi Fair Isle, avevano un significato ben preciso ed i colori usati erano quelli naturali della terra, accostati con grande sensibilità estetica, per creare effetti di luce. Le gradazioni di colore impiegate, andavano infatti dal panna al marrone scuro e numerose erano le stilizzazioni e gli accostamenti che rappresentavano i simboli delle terre scandinave come la stella di ghiaccio e la felce, realizzate in due versioni: una colorata e più vicina ai motivi delle altre isole e un'altra traforata, la più caratteristica di questa zona. La lana con cui venivano realizzati i capi è ancor oggi reperibile, e viene fabbricata in più di cento tonalità. La tecnica Fair Isle è molto simile a quella usata attualmente nei paesi nordici e caratterizzata dalla presenza di motivi a jacquard multicolore.

2.7 La diffusione del lavoro a maglia in Europa e Joseph Marie Jacquard

Pur non essendo la Gran Bretagna, come si è detto, la terra di origine del lavoro a maglia, in questa zona il *knitting* fu sempre tenuto in grande considerazione ed ebbe un fortissimo sviluppo. La dimostrazione ci viene dalla Regina Elisabetta I che, al momento dell'invenzione da parte del reverendo inglese Guglielmo Lee della prima macchina per maglieria, ne impedì l'utilizzo tanto che, l'inventore dovette emigrare ben presto in Francia. Elisabetta I, in realtà, aveva a cuore le sorti degli artigiani locali del settore della maglieria che, in quel particolare periodo, si erano organizzati in *corporazioni di magliai*, assumendo anche, al loro interno, un preciso statuto. Quest'ultimo prevedeva disposizioni severe per accedere alla corporazione: l'artigiano doveva seguire un corso di apprendistato della durata di tre anni durante i quali era obbligato a produrre numerose prove che attestassero le sue abilità nell'ambito della maglieria.

⁷ costituiti dalle diminuzioni per realizzare le ascelle del capo a maglia

Nello specifico, era prevista la dimostrazione di saper eseguire un grande tappeto a più disegni e colori, un paio di calze, un berretto e una tunica oppure un maglione, dando prova di saper utilizzare al meglio tutte le tecniche necessarie per tali esecuzioni. All'interno delle corporazioni, la partecipazione femminile era un fatto eccezionale rispetto alle presenze maschili; qualora ammesse, le donne potevano lavorare a maglia ma solo alternando tale mestiere al lavoro domestico e a quello nei campi. In un museo del Galles sono, ancora oggi, conservati gli attrezzi a forma di coltelli incurvati che venivano infilati nella cintura e servivano agli artigiani per reggere il ferro destro durante la lavorazione a maglia. Ancora, il mestiere di magliaio veniva visto in quest'epoca come un modo per sconfiggere la povertà e la delinquenza dilagante tra le classi meno abbienti. Infatti, in questo periodo, furono aperte numerose scuole dove si contarono fino a 200.000 *agucchiatori*⁸ ed una produzione annua di ben 20 milioni di calze. Per quasi 200 anni i telai da aguglieria dovettero lottare contro il lavoro manuale senz'altro più adattabile alle richieste del mercato. Questo lavoro, veniva eseguito principalmente da donne, anziani e bambini che, pur continuando principalmente a lavorare la terra, come si è detto, riuscivano a produrre un paio di calze alla settimana, arrotondando così, il magro salario. Con l'incalzare del progresso, sempre in Inghilterra, il fratello del reverendo Lee ripropose, già alla fine del Seicento, e questa volta con maggior successo, l'uso della *macchina per maglieria*. Già in quei primi anni, si registrò la presenza di numerose macchine nella zona di Nottingham, che si diffusero ben presto in tutta l'Inghilterra. Alcuni artigiani francesi, inviati appositamente a Nottingham per carpire il segreto della nuova macchina da maglieria appena inventata, riuscirono a ricostruire perfettamente lo stesso modello e a diffonderlo nella loro nazione. Verso la fine del Settecento e i primi dell'Ottocento *Joseph-Marie Jacquard*⁹ riuscì a perfezionare l'apparecchio ideato dal reverendo Guglielmo Lee inserendo la possibilità di utilizzare *più colori di filato contemporaneamente* e di eseguire disegni anche molto complessi. Jacquard divenne famoso, tanto che il suo nome, ancor oggi, sta ad indicare non solo il modello della sua macchina da maglieria, ma anche i punti a più colori lavorati contemporaneamente. La sua invenzione, che prese il nome di *telaio Jacquard*, andò a rivoluzionare la produzione nell'industria tessile del XIX secolo.

⁸ fabbricanti di tessuti a maglia – professionisti dell'arte tessile

⁹ inventore francese (Lione 1752- Oullins 1834)

2.7.1 *Il telaio Jacquard*

Il funzionamento del telaio Jacquard si basa sul principio della *scheda perforata*¹⁰, ed è nato dal perfezionamento di precedenti tentativi effettuati nel Quattrocento da Leonardo da Vinci e nel corso del Settecento da Basile Bouchon, Jean Baptiste Falcon¹¹ e Jacques de Vaucanson¹², nonché dal già citato reverendo Lee. A ciascuna posizione della scheda perforata era associato un filo dell'ordito, che veniva sollevato o abbassato a seconda della presenza o assenza della perforazione sulla scheda stessa. Le schede, contenenti differenti disposizione dei fori, erano allacciate in modo tale da formare una sequenza continua. Nei tessuti operati, chiamati, come abbiamo detto tessuti Jacquard, l'informazione registrata sulla sequenza di schede corrispondeva esattamente al disegno che si voleva riprodurre sul tessuto stesso. Nello specifico, il telaio Jacquardⁱⁱⁱ era costituito da una struttura applicata sopra ad un telaio. Tale struttura presentava i seguenti componenti:

- ◇ un'incastellatura che reggeva la struttura;
- ◇ un nastro formato da cartoni perforati;
- ◇ una catena di trascinamento che faceva avanzare i riquadri perforati;
- ◇ una serie di contrappesi cilindrici collegati alle maglie dei licci¹³.

Ogni filo di ordito passava in una maglia di liccio (a livello del piano di lavoro) ed ogni singola maglia era collegata, tramite una cordicella rinviata nel punto più alto, a un contrappeso cilindrico di sezione sottile (3-5mm). Tale sezione risultava inferiore, comunque, al diametro dei fori dei cartoni che erano collocati in alto sopra il telaio. Quando i fori del cartone permettevano ad alcuni contrappesi di cadere, in quanto trovavano libero il loro posto, le maglie dei licci ad essi collegate facevano alzare i fili di ordito che passavano nel loro foro. Si creava così un'apertura di passo con alzati solamente i fili necessari per eseguire un determinato disegno o un'armatura.

¹⁰ Dal punto di vista dei dispositivi hardware, i sistemi a schede perforate sono basati sul sistema dei "pieni e vuoti". Si tratta di registrare le informazioni per mezzo di perforazioni praticate su un rettangolo di cartoncino, la "scheda" appunto, di grandezza e spessore diversi a seconda delle applicazioni. Sulla scheda è individuata una serie di precise posizioni, spesso disposte in forma di matrice e costituenti il cosiddetto "tracciato scheda". A ciascuna delle matrici è associato un determinato significato, che può essere verificato a seconda della presenza o meno della perforazione

¹¹ B. Bouchon usò rotoli di carta perforata su telai per regolare il motivo sulla stoffa e il suo collaboratore J.B.Falcon migliorò il progetto utilizzando le sequenze di schede rendendo più semplice la programmazione della macchina

¹² Jacques de Vaucanson (Grenoble, 1709 – Parigi, 1782) meccanico francese ed inventore del primo telaio automatico.

¹³ Il liccio è una parte di un telaio da tessitura. Anche per eseguire un lavoro semplice, come la tela, devono essere almeno due

Il tessitore introduceva il filo di trama e batteva con il pettine. Alla battuta successiva il cartone avanzava di un riquadro e i contrappesi trovavano differenti fori aperti dove cadevano, alzando i fili che formavano la riga successiva del disegno.

Il telaio Jacquard ebbe un successo immediato trasformando, come si è detto, tutta l'industria tessile. Assieme alla macchina a vapore, segnò l'inizio della rivoluzione industriale ed il suo impatto fu traumatico soprattutto in Inghilterra, che all'epoca era il paese più industrializzato. In Francia, il telaio Jacquard non fu inizialmente ben accolto dai tessitori per paura di perdere posti di lavoro, tanto che scatenò la rivolta dei Canuts¹⁴, ma malgrado la rivolta, esso si diffuse velocemente non solo in Francia ma anche in tutta l'Europa. Nonostante ci siano stati numerosi perfezionamenti e aumenti della velocità operativa della macchina di Jacquard, i moderni telai, ancora oggi, si basano sui principi studiati dall'inventore francese. Attualmente, infatti, la sequenza di schede sopravvive sottoforma di nastro perforato di *mylar*¹⁵ che aziona il lancio dei fili di diversi colori formandone la trama. Le moderne tecnologie nonché i filati oggi reperibili hanno permesso poi, di ampliare notevolmente le possibilità di questo telaio per ciò che riguarda le dimensioni e la velocità del lavoro. L'incremento nelle dimensioni riguarda sia la larghezza del tessuto, che il numero dei singoli fili d'ordito controllati, che sono arrivati a più di 10.000. Questi numeri, come si può immaginare, danno illimitate possibilità nella costruzione del disegno. L'aumento della velocità è dato infine, sia dall'automazione dei movimenti meccanici, sia dal controllo computerizzato degli schemi del disegno.

¹⁴ I tessitori di seta di Lione

¹⁵ Pellicola di poliestere trasparente



Figura 8: Le schede perforate (destra) e i licci

2.8 I secoli che seguirono in Europa

Nell'Ottocento si continuò a lavorare ai ferri ma la varietà dei colori venne abbandonata, in quanto divenne di moda il colore bianco, insieme all'utilizzo dei filati di cotone e di lino; materiali che ben si prestarono alla creazione di corredi per neonato, sciarpe leggere e traforate, bordure e magliette. In precedenza, il cotone era stato poco utilizzato perché importato da paesi lontani e, rispetto alla lana, presentava maggiori difficoltà per la filatura che avveniva, di solito, all'interno delle abitazioni civili. Furono questi gli anni durante i quali, in Francia, nacque la *cuffietta di cotone bianco* che divenne parte fondamentale del costume contadino e nacquero berretti di ogni varietà per la lavorazione dei quali, vennero utilizzati i punti traforati e leggeri simili a veri e propri merletti. In questo secolo si cominciò a lavorare ai ferri non tanto per professione, come abbiamo visto nei secoli precedenti, ma per il piacere di realizzare con le proprie mani qualcosa di creativo e di esteticamente bello.

Ancora, nell'Ottocento, ci fu il proliferare di telai da maglieria sempre più perfetti ed efficienti ed il lavoro manuale, non più competitivo, diventò a poco a poco un passatempo per chi desiderava creare con la propria fantasia. Le signore della borghesia, ad esempio, sferruzzarono pegni d'amore, borsette trapuntate di perline, puntaspilli e sciali. Ci si vestì ancora di maglia, durante questo secolo, come avveniva nei secoli precedenti, ma i capi realizzati erano utilizzati nelle attività sportive, si creavano infatti costumi da bagno, calze e mutandoni lavorati a macchina, mentre gli accessori per i bambini venivano realizzati ancora a mano. In Inghilterra nacquero in questi anni le prime *riviste di maglia* che vennero presto imitate in tutta l'Europa, mentre in Italia, furono inserite le prime rubriche specializzate nella maglia sul *Corriere delle dame*, e su altre riviste rivolte principalmente al pubblico femminile.

Durante la Prima Guerra Mondiale le donne crearono a maglia per i soldati al fronte, dando vita ad una vera mania nata per scaricare l'apprensione dovuta alla lontananza dei propri uomini in guerra; esse lavorarono infatti, praticamente ovunque, calde muffole e berretti da spedire al fronte ai loro cari. Negli anni Venti si distinsero nell'ambito della moda, le stiliste *Elsa Schiaparelli*¹⁶ e *Coco Chanel* che vestirono di casacche di maglia e abiti di jersey le dame più eleganti dell'epoca. Fu proprio la famosa stilista Schiaparelli, a presentare in quegli stessi anni a Parigi, riscuotendo un enorme successo, una collezione di modelli *trompe-l'oeil*¹⁷ tutti realizzati ai ferri. Alla fine della Seconda Guerra Mondiale il lavoro a maglia si diffuse in tutto il mondo conoscendo veri momenti di gloria. Nell'ambiente sportivo, in particolare, divenne di gran moda lo stile inglese dei maglioni Fair Isle che vennero indossati anche dalla stessa Regina Elisabetta e dai suoi familiari. Le fotografie della famiglia reale in maglione vennero pubblicate su tutti i giornali creando presto fenomeni di larga diffusione.

¹⁶ (Roma, 10 settembre 1890 – Parigi, 13 novembre 1973) è stata una stilista e sarta italiana. Insieme a Coco Chanel, è stata considerata una delle più influenti figure della moda all'inizio del secolo. Fu inventrice del rosa shocking, e per lei Dalí e Cocteau disegnarono tessuti coi quali creò i suoi abiti per Greta Garbo e Marlene Dietrich.

¹⁷ letteralmente "inganna l'occhio", è una tecnica pittorica in uso già nella antica Grecia e Roma. Essa consiste nel dipingere uno sfondo apparentemente reale su di una parete per farla sparire alla vista. Un tipico murale trompe-l'œil può rappresentare una finestra, una porta o un atrio per dare una falsa impressione che la stanza sia più grande. Similmente venivano realizzati capi a maglia che riproponevano effetti ottici molto particolari.

Negli anni Sessanta, in particolare, si assistette ad un vero *boom* della maglieria a mano e le riviste, sempre più numerose, riportano le spiegazioni dettagliate dei punti relativi ai modelli presentati.

Infine, negli anni Novanta la maglia impose la riscoperta di punti complessi e spesso reinventati, per creare qualcosa di particolarmente ricercato e bello esteticamente. Ancora oggi il lavoro a maglia è più che mai di moda e le tecniche utilizzate sono numerose, dando origine ad incredibili combinazioni tra il vecchio e il nuovo, e rendendo la ricerca in questo ambito, fonte di inesauribile interesse.

3 LA RICORSIVITA', GLI ALGORITMI RICORSIVI E LE GRAMMATICHE

3.1 La ricorsività

Il concetto di *ricorsività* è comune a diverse discipline. *In matematica*, ad esempio, si introduce parlando di frattali, ossia di oggetti geometrici caratterizzati da una struttura molto particolare, che si avvicina alle geometrie della natura, e che è basata su regole di costruzione ben definite o su formule matematiche. Tali regole e formule sono di tipo ricorsivo e generano elementi che presentano la caratteristica predominante dell'*autosomiglianza*. In altre parole, all'interno dei frattali, una parte di essi è uguale al tutto, come succede spesso in natura, dove per esempio, per una montagna, una roccia può rappresentare una miniatura della montagna stessa. *In linguistica*, poi, la ricorsività^{iv} si manifesta nelle regole sintattiche di costruzione delle frasi, cioè nella grammatica di una lingua, dove vengono definite regole ricorsive per la costruzione delle frasi corrette. La ricorsività è presente anche *nell'arte*[2]; ad esempio, nell'opera del 1952 di *Jakson Pollock*¹⁸ dal titolo *Blue Poles: Number 11*, si nota che l'intreccio delle linee tracciate dall'autore sulla tela riflette la caratteristica della già citata autosomiglianza. È facile notare, infatti, come, anche la più piccola parte dell'immagine, sia simile e non necessariamente identica, alle forme più grandi insite nella stessa struttura.

¹⁸ (Cody, 28 gennaio 1912 – Long Island, 11 agosto 1956) è stato un pittore statunitense, considerato uno dei maggiori rappresentanti dell'Espressionismo astratto o Action Painting



Figura 9: Jackson Pollock (1912-1956) Blur Poles: Number 11, 1952

Infine, in *informatica*, la ricorsività è uno dei concetti cardine di tutta la disciplina ed oltre ad essere una *metodologia applicativa*, è anche un *modo di pensare* e di *risolvere i problemi*. Affrontare un problema utilizzando la ricorsività, significa risolvere i sottoproblemi nei quali quello principale può essere suddiviso. Il concetto di base è che qualsiasi insieme di oggetti, seppure di dimensioni notevoli, può essere definito in termini di una sola delle parti che lo compongono. In altre parole, risolvendo uno dei sottoproblemi che insieme costituiscono il problema principale, e trasponendo la risoluzione a quest'ultimo, si ottiene *l'ottimizzazione della definizione* del problema, che risulta più elegante. Utilizzando la ricorsività, infatti, spesso si ottiene la riduzione dei tempi e del numero di passaggi necessari all'algoritmo, per arrivare al risultato finale. La parola *algoritmo* deriva dal nome di *al-Khwarismi*¹⁹, termine che è stato assunto per rappresentare *l'arte di risolvere un problema con chiarezza e correttezza*. In altri termini, l'algoritmo è un procedimento formato da una sequenza finita di operazioni elementari che trasformano uno o più valori di ingresso, detti anche *valori di input*, in uno o più valori di uscita, detti *valori di output*, al fine di ottenere un risultato atteso.

Viene inoltre definito *algoritmo ricorsivo*, quell'algoritmo che è espresso in termini di sé stesso. In altre parole, la sequenza di passi facenti capo all'algoritmo, comporta una semplificazione dall'espressione del problema in termini di sé stesso, e su un insieme di dati più piccolo.

¹⁹ nome dell'importante matematico arabo del IX secolo

Una famosa tecnica algoritmica che fa uso della ricorsività per risolvere i problemi, è quella denominata del «*Divide et Impera*²⁰», dove il problema generale è suddiviso in sottoproblemi risolti ricorsivamente oppure direttamente, e ricombinati insieme per produrre il risultato finale.

3.2 Algoritmi ricorsivi e il Divide et Impera

Come abbiamo detto, viene definito *algoritmo ricorsivo*^v un algoritmo espresso in termini di sé stesso, ovvero una sequenza di passi la cui esecuzione su un insieme di dati, comporta una semplificazione prodotta dalla suddivisione dell'insieme stesso, e la successiva applicazione dell'algoritmo all'insieme di dati semplificati.

Riportiamo l'algoritmo ricorsivo del *calcolo del fattoriale*^{vi} di n (indicato $n!$) per chiarire meglio il concetto:

Problema: Dato un intero n non negativo, calcolare $n!$ (n fattoriale) sapendo che $n! = n * (n - 1) * (n - 2) * \dots * 3 * 2 * 1$

(e si assuma per definizione che $0! = 1$).

Soluzione del problema:

Essendo per definizione, come abbiamo detto, che

$(n - 1) * (n - 2) * \dots * 3 * 2 * 1 = (n - 1)!$, da cui risulta che $n! = n * (n - 1)!$ che rappresenta la *definizione ricorsiva della funzione fattoriale, ossia una funzione definita in base a se stessa*.

Più precisamente possiamo dire che:

$n! = 1$ se $n = 0$ altrimenti $n! = n * (n - 1)!$

²⁰ (locuzione Di Caio Giulio Cesare in lingua latina «dividi (i tuoi avversari) e domina») viene talvolta tradotto in italiano anche come *dividi e impera, separa e conquista* o *dividi e conquista* (che traduce anche l'espressione inglese analoga, sebbene non strettamente equivalente, *divide and conquer*).

Siamo adesso in grado di illustrare un algoritmo ricorsivo che chiameremo “FATT”, per il calcolo del fattoriale appena illustrato.

```
FATT 21(n)
    if ( n == 0) or (n == 1)
        return 1
    else
        return (n * FATT (n - 1))
```

La prima volta l'algoritmo confronta il valore di n con 0 e con 1 ; nel caso il confronto dia esito negativo, la procedura viene chiamata ricorsivamente su valori più piccoli, fino a quando n non risulti uguale ad 1 . In quel caso, il risultato è noto, e può essere restituito dalla funzione attuale a quella che l'aveva chiamata in precedenza. I risultati restituiti da ognuna delle procedure ricorsive, vengono di volta in volta moltiplicati. Il penultimo valore restituito, sarà proprio uguale ad $(n - 1)!$; quest'ultimo, verrà moltiplicato per n e l'algoritmo potrà restituire il risultato cercato. Nonostante l'algoritmo ricorsivo del calcolo del fattoriale sia un'immediata trasposizione in un programma, della definizione matematica e di quindi facile ed elegante formulazione, l'esempio dato non è tra i più felici in quanto, in questo caso, la formulazione ricorsiva porta a una *tremenda* inefficienza dal punto di vista della complessità.

Definiamo ora il paradigma del *Divide et Impera* che è sostanzialmente diviso in tre parti:

- ◇ *Divide* in questa fase si suddivide l'input in sottoproblemi più piccoli rispetto all'intero, e di uguali dimensioni fra loro;
- ◇ *Risolvi*: si procede ricorsivamente o direttamente, qualora la *taglia* del problema risulti inferiore alla soglia prevista, alla risoluzione dei sottoproblemi;

²¹ Si osservi che la notazione utilizzata distingue tra il simbolo $x == y$ per indicare *uguaglianza* tra i due valori ed il simbolo $x = y$ per indicare che alla *variabile* x sarà *assegnato* il valore di y .

- ◇ *Impera*: l'ultima fase del paradigma prevede di ricombinare le sottosoluzioni ottenute dalle precedenti fasi, al fine di ottenere la soluzione finale del problema nel suo complesso.

Questo tipo di approccio procedurale risulta particolarmente utile perché permette di ottenere elaborazioni efficienti. L'algoritmo richiama sé stesso generando a sua volta una sequenza di chiamate, e vede la sua conclusione al verificarsi di una condizione posta sulla dimensione dei dati, che viene chiamata *condizione di terminazione*. La tecnica ricorsiva oltre ad essere molto potente, offre la possibilità di scrivere algoritmi eleganti e sintetici per la risoluzione di molti tipi di problemi comuni.

Andiamo ad illustrare un algoritmo basato sul divide et impera [3] che opera, come abbiamo detto, su un insieme finito di dati di input che chiameremo S e dove k rappresenta il limite prefissato alla cardinalità di S , al di sotto del quale, l'algoritmo risulterebbe superfluo, in quanto il problema potrebbe essere risolto con elaborazioni dirette:

procedura **DivideEtImpera** (S):

```
begin
  if | S | < k then
    begin *risolvi direttamente il problema*
      return *risultato*
    end
  else
    begin *dividi S in sottoinsiemi S1,
S2, ..., Sh*
      return *il risultato di una
combinazione di
DivideEtImpera(S1), ..., DivideEtImpera(Sh)*
    end
end;
```

Il primo vantaggio offerto dalla ricorsività, come abbiamo detto, è la *facilità* con la quale l'algoritmo può essere formulato e quindi trascritto. Limitando le righe di codice necessarie, è probabile che venga limitata anche la possibilità di commettere errori.

Un altro vantaggio degli algoritmi ricorsivi è costituito dalla facilità con la quale la loro validità ed efficacia può essere dimostrata; nel caso specifico del divide et impera, tale dimostrazione si basa sul *principio di induzione*, ossia si prova se il programma è corretto nella condizione limite $|S| < k$; supposto che sia corretto il procedimento per S_1, S_2, \dots, S_h , si dimostra che è corretto anche per S mediante l'esame della combinazione dei risultati parziali ottenuti con l'istruzione **return** *il risultato di una combinazione di *DivideEtImpera*(S_1),...,*DivideEtImpera*(S_h)*.

L'impiego della ricorsività non si limita però solamente a questi casi ovvi, ma è di grande aiuto anche nel caso del calcolo, per esempio, del *numero massimo (o primo) di una sequenza di numeri (A)*, la cui soluzione potrà essere poi trasposta a casi generali di più ampio impiego.

Proponiamo quindi, il dettaglio dei passaggi dell'algoritmo per il calcolo del *primo elemento di una sequenza*:

- ◇ Posto in una variabile chiamata *max* il primo elemento della sequenza A , incrementando poi l'indice i posto inizialmente sul secondo elemento della stessa sequenza scandita fino all'ultimo elemento, si esegue tutte le volte il controllo che il valore memorizzato nella variabile *max* sia effettivamente maggiore rispetto al valore risultante dalla scansione della sequenza A . In caso contrario, ossia *max* risulta minore dell'elemento, si effettua la sostituzione di *max* con l'elemento trovato.
- ◇ Eseguito, poi, il controllo anche sull'ultimo elemento, si procede a restituire il contenuto della variabile *max*.

Un altro interessante esempio riguarda la ricerca dell'elemento massimo (*primo*) ed in contemporanea di quello immediatamente successivo (*secondo*) della sequenza di numeri in esame A . Le fasi, in questo caso, saranno le seguenti:

- ◇ Si individua il *primo elemento di A* con l'algoritmo che abbiamo appena esaminato;
- ◇ Si elimina tale elemento che è stato trovato;

- ◇ Si determina il primo degli elementi rimasti (*secondo di A*) con lo stesso algoritmo usato per trovare il *primo elemento di A*.

Dal momento che il numero dei confronti, in questo caso, sarà $(2n - 3)$ di cui $(n - 1)$ per la determinazione del *primo elemento* e $(n - 2)$ per il *secondo elemento*, possiamo affermare che è più sensata la seconda ricerca, ossia la determinazione del primo e del secondo elemento di una sequenza, in un'unica soluzione.

3.2.3 Altri esempi di algoritmi ricorsivi

Analizziamo il codice dell'algoritmo (senza l'applicazione del paradigma *divide et impera*) che restituisce la coppia di elementi primo e secondo di A posto che $n \geq 2$:

```
PrimSec(A, n) :
    if (A(2) < A(1) )
        p = A(1);
        s = A(2);
    end
    else
        p = A(2);
        s = A(1);
    end
    i = 3;
while ( i ≤ n)
    if ( p < A(i) )
        s = p;
        p = A(i);
    else
        if s < A(i)
            s = A(i);
            i = (i + 1) ;
        end;
    return p, s
end;
```

Il problema, come accennato, si può formulare anche con il paradigma *divide et impera* suddividendo cioè l'intera sequenza di numeri A in due mezze sequenze (A1) e (A2), costituite ciascuna dalla metà degli elementi di A:

```

RPrimSec(A, n);
  if ( n = 2)
    if (A(2) < A(1)) return A(1), A(2);
    else return A(2), A(1);
  *divide la sequenza A in due sottoinsiemi formati di n/2
  elementi*
  p1 e s1 = RPrimsec(A1, n/2);
  p2 e s2 = Rprimsec(A2, n/2);
  if (p2 < p1)
    p = p1;
    if (s1 < p2)
      s = p2;
    else s = s1;
    end;
  else
    p = p2;
    if (s2 < p1)
      s = p1;
    else
      s = s2;
    end;
  return p, s
end;

```

L'algoritmo, come si è detto, basa la soluzione del problema sulla suddivisione in due parti uguali della sequenza di numeri A e l'applicazione dello stesso algoritmo sulle due mezze sequenze A1 e A2 nelle quali l'insieme A è stato suddiviso. Inoltre, viene effettuata la ricerca del *primo e del secondo elemento di A* tra gli elementi *primo e secondo di A1 e A2*.

3.3 Le grammatiche [4]

Partiamo dalla definizione di *grammatica* come «*la disciplina che studia le regole fonetiche, ortografiche, morfologiche, lessicali e sintattiche di una lingua*». La grammatica, per quanto detto, è necessaria per la corretta costruzione delle frasi.

Gli studi sulle proprietà formali dei linguaggi hanno avuto un importante impulso con le ricerche di Noam Chomsky²² iniziate dal 1950 e con la nascita della *metodologia formale* che comporta il rispetto delle regole di *forma* o di *sintassi* che stanno alla base della costruzione delle frasi *corrette*. In base alle regole della sintassi, infatti, la costruzione di alcune frasi è ammessa e di altre, al contrario, non è ammessa. Facciamo subito un semplice esempio della frase:

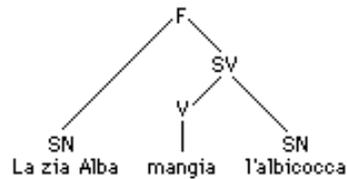


Figura 10: Rappresentazione della struttura sintattica delle frasi secondo un diagramma ad albero. Dove: F = frase; SN = sintagma nominale; SV = sintagma verbale, V = verbo

Naturalmente frasi più complesse avranno rappresentazioni ad albero più complesse. È possibile, secondo la metodologia chomskiana interpretare la struttura sintattica di una frase come una serie di regole, dette regole di *risrittura*. In questo modo, una frase può essere scissa in sintagma nominale e sintagma verbale e a sua volta il sintagma verbale può essere scisso in verbo e sintagma nominale. Anche se, con molte distinzioni bastano solo queste due regole per costruire infinite frasi corrette («il treno porta i passeggeri», «Davide legge il giornale», «nevica!» ecc.).

Un desiderio di sintesi ci spinge a ricercare una *sintassi* che chiameremo L_1 per descrivere un qualsiasi linguaggio che chiameremo L mediante un gruppo compatto di regole. Si dovrà ricorrere al metalinguaggio L_1' che è un nuovo linguaggio distinto da L_1 che viene impiegato per la descrizione del linguaggio stesso. Gli elementi costitutivi di L_1 sono le parole che appaiono nelle sue frasi, sono detti *elementi terminali*, per distinguerli dagli *elementi sintattici o non terminali* che compongono L_1' e che appaiono in costrutti successivi all'elaborazione delle frasi di L_1 .

²² Avram Noam Chomsky (Filadelfia, 7 dicembre 1928) è uno scienziato, filosofo e teorico della comunicazione statunitense

Per esempio:

La, la (l'albicocca) sono *elementi terminali*. Ma per la sintassi essi sono "articoli" e dunque la parola "articolo" è un *elemento non terminale* che fa parte di L_1' e la sintassi di L_1 includerà la regola :

$\langle \text{articolo} \rangle \rightarrow La \mid l'$

che si interpreta tenendo presente che

i simboli " \langle " e " \rangle " delimitano gli *elementi non terminali* ;

il simbolo " \rightarrow " ha il significato di : " è definito come";

il simbolo " \mid " ha significato di " oppure" .

La regola " $\langle \text{articolo} \rangle \rightarrow La \mid l'$ " è detta *produzione di L_1* ;

un insieme di produzioni costituisce la *sintassi di L_1* .

Vi possono essere produzioni più complesse se un elemento non terminale è definito in termini di stringa di elementi terminali e non; ciò appare nella sintassi L_1 che introduciamo di seguito:

$\langle \text{articolo} \rangle$	\rightarrow	La l'
$\langle \text{sostantivo} \rangle$	\rightarrow	zia Alba albicocca
$\langle \text{soggetto} \rangle$	\rightarrow	$\langle \text{articolo} \rangle \langle \text{sostantivo} \rangle$
$\langle \text{oggetto} \rangle$	\rightarrow	$\langle \text{articolo} \rangle \langle \text{sostantivo} \rangle$
$\langle \text{predicato verbale} \rangle$	\rightarrow	mangia $\langle \text{oggetto} \rangle$
$\langle \text{frase} \rangle$	\rightarrow	$\langle \text{soggetto} \rangle \langle \text{predicato verbale} \rangle$

Perché una sintassi sia accettabile, dovrà esistere uno e un solo carattere non terminale, che è detto *scopo*, e che compare unicamente al primo membro di una produzione; nel nostro caso lo scopo è $\langle \text{frase} \rangle$. Questa frase, come tutte le frasi in italiano, si compone normalmente di almeno due *elementi* di base, che sono *il sintagma nominale e sintagma verbale*. Come vediamo dallo schema, nella frase in esame: *la zia Alba mangia l'albicocca*: *la zia Alba* costituisce il sintagma nominale e *mangia l'albicocca* il sintagma verbale (caratterizzato cioè dalla presenza di un verbo). Una prima identificazione quindi, pone la funzione di *soggetto* al sintagma nominale principale; al rimanente quella di sintagma verbale, che a sua volta può comprendere parti nominali. La struttura della frase presa ad esempio, è quella ricorrente che riconosciamo come corretta nella lingua italiana.

La stessa struttura è comune a tutte le frasi rette da un verbo transitivo e seguendo tale assetto, possiamo generare un'infinità di frasi simili. Riepilogando: abbiamo ricostruito *una vera e propria grammatica*, in altre parole, quindi l'insieme delle sequenze derivate dal simbolo iniziale e dalle produzioni indicano come trasformare una sequenza di simboli in un'altra, e costituiscono il linguaggio generato dalla grammatica stessa. Si parte dal *simbolo iniziale* e si procede con la sostituzione progressiva di uno dei simboli *non terminali*, scegliendo una delle produzioni a disposizione. Il processo viene anche denominato *derivazione* e si completerà quando tutti i simboli utilizzati sono *terminali* e non necessitano di ulteriori elaborazioni. La definizione formale di un linguaggio, come accennato, può anche innescare un'interpretazione *ricorsiva*. Prendiamo ad esempio un *linguaggio* composto di parole costituite da un insieme *bilanciato* di parentesi chiuse e aperte. *Bilanciato* significa che ci deve essere un ugual numero di parentesi aperte e di parentesi chiuse e che le parentesi aperte devono precedere sempre quelle chiuse. Possiamo ora definire il *linguaggio formale* appena descritto dicendo che:

- ◇ Simboli Terminali : la parentesi « (» e la parentesi «) »
- ◇ Simbolo non terminali che indicheremo con " S " .

Si avrà quindi :

$$1) S \rightarrow ()$$

$$2) S \rightarrow S S$$

$$3) S \rightarrow (S)$$

e le seguenti produzioni:

$$1) ()$$

$$2) () ()$$

3) innesca la *ricorsività* e quindi una sequenza infinita e bilanciata di parentesi aperte seguite da parentesi chiuse come nel caso:

$((((()))))$ come *esempio di riconoscimento*

oppure

$()$

$(())$

$((()))$

$(((())))$

mentre: $)) () (((($ è errato!!!!

Un altro argomento importante in informatica riguarda la *definizione formale dei linguaggi di programmazione*, della loro sintassi e della loro grammatica. Alcuni concetti generali sono comuni allo studio della sintassi di una lingua, come abbiamo visto essere dimostrato dagli studi di Noam Chomsky che hanno aperto la via alla *formalizzazione dei linguaggi programmatici*.

4 ALGORITMI RICORSIVI APPLICATI AL LAVORO A MAGLIA

4.1 Introduzione

Fondamento di questa relazione è, come abbiamo detto, la dimostrazione dell'interdisciplinarietà *tra informatica, matematica e lavoro a maglia* partendo dallo studio effettuato al Dipartimento di Informatica di Pisa da tre ricercatrici e appassionate di lavoro a maglia: Anna Bernasconi, Chiara Bodei e Linda Pagli [5][6].

Il lavoro a maglia è sempre stato considerato un'attività ludica, poco impegnativa, noiosa e ripetitiva e normalmente riservata al sesso femminile. Esso, in realtà, e soprattutto la sua parte creativa, contiene una considerevole dose di matematica costituita da proporzioni, simmetrie, inversioni ecc. Infatti, solo con l'ausilio di una buona capacità di astrazione è possibile realizzare a maglia motivi complicati e intrecci particolarissimi. Grazie alla disposizioni dei punti maglia base combinati insieme, si possono inventare motivi nuovi, ritagliandosi così la possibilità di spaziare all'infinito, in termini di abilità e fantasia. In altre parole, contrariamente a tutti i luoghi comuni che hanno sempre accompagnato l'argomento, è necessaria una certa abilità tecnica e una mente matematica particolarmente dotata per lavorare a maglia, soprattutto nel caso in cui si scelga, per la realizzazione dei propri lavori, non di seguire uno schema creato da altri, ma al contrario, di realizzarne uno originale, frutto della propria fantasia e del proprio estro.

Un motivo a maglia, in questo caso, che sarà inteso come frutto della propria inventiva e derivante dalla combinazione di punti maglia base che vengono disposti secondo il proprio gusto estetico e nel rispetto delle *regole* che stanno alla base della realizzazione dei punti stessi. Quest'ultimo aspetto è di fondamentale rilevanza in quanto rappresenta *l'unico vincolo* esistente, infatti, solo attenendosi a tale limitazione, è possibile ottenere una corretta realizzazione a maglia dei punti scelti.

L'attinenza tra il lavoro a maglia e le discipline scientifiche come la matematica, l'algebra e l'informatica, cui abbiamo fatto riferimento, non ci dovrebbe stupire se consideriamo, come già accennato in questa relazione, che nel 1801 fu inventato da *Joseph Jacquard* quello che è considerato a tutti gli effetti, *il primo computer della storia*^{vii}. Esso in realtà, lo abbiamo descritto, era un telaio automatico a schede perforate che permetteva la realizzazione delle trame desiderate, intrecciando opportunamente fili di colori diversi. I fori delle schede servivano a guidare il passaggio dalla parte superiore a quella inferiore dell'ordito, meccanismo che permetteva la creazione del disegno. Ogni scheda perforata era adoperata per tessere una riga di lavoro, ed il collegamento delle schede, che passavano automaticamente una di seguito all'altra nel telaio, permetteva la realizzazione della trama completa.

In virtù di questi presupposti, le tre studiose in questione [5][6], si sono poste l'interrogativo se e come fosse possibile creare nuovi motivi realizzabili a maglia utilizzando la *fantasia dell'utente* unita a *strumenti formali* che sono alla base dell'informatica e della matematica. Questo interessante studio si è rivelato proficuo e qui se ne vogliono sottolineare i punti focali:

Partiamo dalla definizione di un *motivo realizzabile a maglia*: esso può essere considerato come una vera e propria *matrice matematica* formata di n maglie (le righe della matrice) disposte in orizzontale e di n ferri (le colonne della matrice) disposte in verticale. *Maglie e ferri del motivo* ovvero *colonne e righe della matrice* che si ripetono un certo numero di volte creando *le dimensioni del motivo e della matrice* stessa. Per quanto detto, immaginiamo un *motivo a maglia come un classico schema di matrice matematica*.

Lo schema generale della lavorazione di un punto variegato, risulterà come l'insieme degli schemi relativi ai singoli punti che lo compongono. Inoltre, ciascun punto risulterà opportunamente selezionato, come abbiamo detto, da una varietà di punti base; le combinazioni di essi daranno origine ad un numero pressoché infinito di nuovi punti fantasiosi. Un fattore da tener ben presente, come abbiamo già sottolineato perché di fondamentale importanza, è che la selezione e l'utilizzo dei punti deve avvenire tenendo conto di *alcune regole* che sono alla base della corretta realizzazione dei punti stessi e ne garantiscono la buona riuscita.

Il lavoro a maglia può essere realizzato sia con più fili di diversi colori usati contemporaneamente nello stesso lavoro (lavorazione a Jacquard), sia utilizzando un unico ferro circolare oppure con quattro ferri a doppia punta (lavorazione in tondo), ecc . Per semplificare, in questo studio, analizzeremo *il caso base rappresentato dal lavoro a maglia realizzato con maglia monocromatica* lavorata tradizionalmente *con due soli ferri*.

Per iniziare il lavoro a maglia occorre *avviare sul primo ferro* un numero congruo di maglie determinate in base alla *taglia* del lavoro da realizzare. Si prosegue infilando, con gli opportuni passaggi del filo previsti dalla lavorazione del punto prescelto, le maglie del primo ferro sul secondo. Per i successivi ferri che si presenteranno rispettivamente sempre uno al dritto e uno al rovescio del lavoro, si prosegue da capo aggiungendo righe e quindi lunghezza al lavoro, fino al suo termine. La larghezza del lavoro sarà determinata dal numero delle maglie che sono state iniziate nel corso del primo ferro, mentre la lunghezza, lo abbiamo detto, dal numero dei ferri lavorati. Sulle riviste specializzate nella maglia, per ciascun motivo da realizzare vengono fornite le istruzioni (*schema completo e spiegazione verbale*) per la realizzazione sia del motivo in generale, sia di un *campione* dello stesso, lavorato con un numero di maglie e di ferri standard. La realizzazione a priori del campione risulterà molto utile, in quanto, sulla base delle sue misure, ed effettuando le opportune proporzioni, si avrà la cognizione del numero di maglie necessarie per l'avvio dell'intero lavoro.

Se il motivo da realizzare è complicato, le spiegazioni sulle riviste, vengono rappresentate su un fondo quadrettato ed in *modalità grafica*, in cui in ogni riga si indica come dovrà essere lavorato ciascun ferro e in ogni quadretto si illustra la lavorazione della singola maglia.

Per rappresentare le differenti tipologie di lavorazione previste, vengono usati simboli convenzionali differenti l'uno all'altro. La metodologia appena descritta prende il nome di *schema completo*.

◇ *Uno schema completo* è quindi una descrizione grafica della sequenza dei punti impiegati in realizzazioni piuttosto complesse. Viene infatti riprodotta su un foglio quadrettato, sottoforma di matrice composta di un certo numero di maglie (*in orizzontale*) e di un determinato numero di ferri (*in verticale*). I punti vengono descritti tramite una sequenza di simboli differenti che sono riportati nel diagramma. Lo schema completo si legge dal basso verso l'alto seguendo la *metodologia bustrofedica*²³. *Le righe dispari si leggono da sinistra a destra*^{viii} e *quelle pari in senso inverso*, seguendo quello che poi è l'ordine naturale di presentazione del lavoro in fase di realizzo. I ferri dispari accompagnano il lavoro sul dritto, mentre quelli pari, sul rovescio dello stesso. Graficamente, nel nostro studio, nello schema completo le maglie lavorate a dritto vengono rappresentate con il simbolo “ | ” mentre quelle lavorate a rovescio, con il simbolo “ – ”.

In alternativa o spesso in aggiunta allo schema completo, sulle riviste di maglia, per rappresentare la lavorazione dei punti, viene utilizzata la spiegazione verbale :

◇ *La spiegazione verbale* è utilizzata nel caso di motivi semplici costituiti cioè dalla ripetizione regolare delle medesime lavorazioni per tutti i ferri e all'interno dei ferri per gran parte delle maglie.

²³ è una scrittura che non ha una direzione "fissa" ma procede in un senso fino al margine scrittoria a destra e prosegue poi a ritroso nel senso opposto, secondo un procedimento "a nastro", senza "andate a capo" ma con un andamento che ricorda quello de solchi tracciati dall'aratro in un campo. L'etimologia della parola ricorda infatti l'andamento di un bue durante l'aratura (dal greco βους, "bue", e στρεφειν, "girare, invertire")

Anche la spiegazione verbale, così come lo schema completo, guida nella realizzazione del lavoro riga per riga. Per evitare inutili ripetizioni di dettagli, le parti comuni vengono racchiuse tra due asterischi * **istruzioni da ripetere** * così come si usa rappresentare le ripetizioni negli spartiti musicali. Si opera in questo modo una *compressione orizzontale* dello schema di dettaglio. In verticale si indicano i ferri che si ripetono in maniera costante, utilizzando un chiaro riferimento nella descrizione del ferro corrispondente, ed effettuando una *compressione verticale* dello schema.

Esaminiamo il punto *Chicco di Riso* nell'esecuzione dei suoi primi due ferri nella spiegazione verbale riportata di seguito: nel primo ferro si deve lavorare una maglia a diritto e una maglia a rovescio e così sempre allo stesso modo, (poiché racchiusa fra asterischi), fino alla fine del ferro. Per il secondo ferro, viene eseguita una maglia rovescia e una maglia diritta e così fino alla fine del ferro sempre rispettando la medesima sequenza. Poiché gli altri ferri si ripetono nella medesima maniera del primo e del secondo ferro, nella loro descrizione, è fatto chiaro riferimento al primo e al secondo ferro indicandone la ripetizione fedele.

Si lavora su un numero di maglie pari:
1 ferro: * 1 diritto, 1 rovescio * ; ripetere da * a * fino alla fine.
2 ferro: * 1 rovescio, 1 diritto * ; ripetere da * a * fino alla fine.
Ferri dispari: ripetere ferro 1.
Ferri pari: ripetere ferro 2.

Figura 11 : Esempio di descrizione verbale del punto Chicco di Riso descritto con lo schema completo. Notiamo che * ... * opera la *compressione orizzontale* e ripetere ferro 1 e ripetere ferro 2 opera la *compressione verticale* dello schema

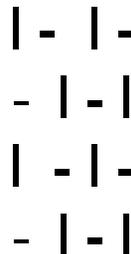


Figura 12: Esempio di schema completo del punto «Chicco di Riso»

All'interno del punto Chicco di Riso, *il punto base* richiamato porta il nome di *Maglia Rasata* che si ottiene alternando un intero ferro a maglia diritta e il successivo ferro a maglia rovescia.

Il *Punto Legaccio* è un altro punto base e se si focalizza l'attenzione sul suo schema completo e sulla sua spiegazione verbale, si può dedurre la semplicità. Si tratta di una variante della maglia rasata, come possiamo notare, ottenuta lavorando tutti i ferri a maglia rasata diritta sia che si presentino a rovescio o a dritto del lavoro.

Si lavora su un n di maglie qualsiasi:
Ferri pari e dispari : a dritto

Figura 13: Spiegazione verbale del punto Legaccio

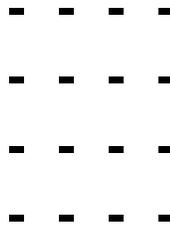


Figura 14: Schema completo del punto Legaccio

Infine proponiamo la spiegazione verbale e lo schema completo del *Punto a Costa 1/1*. La lavorazione prevede di realizzare 1 maglia a rovescio ed 1 maglia a dritto come gruppo costante di lavorazioni fino alla fine perché incluso tra **...**, e i ferri seguenti lavorando le maglie come esse si presentano:

Si lavora su un numero pari di maglie:
1 ferro : * 1 maglia a rovescio, 1 maglia a dritto* ripetere da * a *
fino alla fine
Ferri seguenti: lavorare le maglie come si presentano.

Figura 15 : Spiegazione verbale del punto Costa 1/1

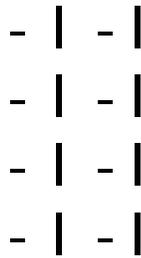


Figura 16: Schema completo del punto costa 1/1

Concludiamo l'argomento dicendo che sia lo schema completo che la descrizione verbale, delle quali abbiamo riportato numerosi esempi relativi ad altrettanti punti lavorati a maglia, sono esempi di *algoritmi* da seguire per la realizzazione di un determinato motivo lavorato a maglia. Tale sequenza di passi facenti capo agli stessi algoritmi deve essere, per poter permettere l'esecuzione manuale o automatizzata, espressa in un linguaggio che sia comprensibile all'esecutore. Introduciamo nella tesi, a questo proposito, il concetto di *grammatiche del lavoro a maglia*.

4.2 Schemi ricorsivi

Abbiamo già visto il concetto di ricorsività come metodologia per risolvere i problemi anche di dimensioni considerevoli, utilizzando la risoluzione dei relativi sottoproblemi, ed applicando tale risoluzione al problema generale. In altre parole, definendo un solo oggetto facente parte di un insieme, è possibile allo stesso tempo definire tutto l'insieme, di qualsiasi dimensioni esso sia. Pensare al lavoro a maglia in termini ricorsivi significa considerare in modo alternativo lo schema *bidimensionale e matriciale*, nonché lo schema completo del punto maglia. Se il disegno globale lo consente, tale schema potrà essere infatti definito in sottoparti di dimensioni più piccole, aventi le medesime caratteristiche della parte originaria. Si procede quindi alla descrizione di *tipo ricorsivo* del motivo da realizzare, che per il fatto di essere una descrizione concisa, apparirà molto flessibile e adattabile a qualsiasi motivo.

Un altro aspetto positivo della descrizione ricorsiva è che la stessa potrà essere adattata non solo ad uno specifico motivo, ma a tutta la *famiglia di possibili motivi*. L'unico limite è rappresentato dal fatto che lo schema ricorsivo così generato, potrebbe risultare di difficile comprensione per l'esecutore manuale, ma al contrario, si presta ottimamente per essere implementato sottoforma di procedura informatica. Sarà infatti quest'ultima, a trasformarlo automaticamente in uno schema completo della tipologia vista in precedenza; schema completo che risulterà espresso in un *linguaggio*, questa volta, comprensibile all'esecutore manuale. Ricordiamo che i *punti base* dei quali ci occupiamo in questo studio sono la *maglia rasata a dritto* e la *maglia rasata a rovescio*. Questi semplici punti ci permettono la creazione di una notevole varietà di altri punti, anche molto complessi.

Con l'ausilio dell'informatica e di alcuni dei suoi principi, infatti, è stato possibile esprimere in maniera molto semplice, gli schemi per realizzare motivi a maglia anche molto complessi, costituiti a loro volta da una quantità pressoché infinita di motivi ed intrecci.

4.2.1 La scacchiera

Presentiamo la descrizione verbale e lo schema completo del *Punto a Scacchiera* come primo esempio di schema ricorsivo:

Si lavora su un numero di maglie pari:
1 ferro: * 2 dritti, 2 rovesci * ; ripetere da * a * fino alla fine.
2 ferro: ripetere il ferro 1
3 ferro: * 2 rovesci, 2 dritti *; ripetere da * a *
4 ferro: ripetere ferro 3
ferri seguenti : ripetere i ferri 1, 2, 3, 4 per n/ 4 volte.

Figura 17: Spiegazione verbale del Punto a Scacchiera

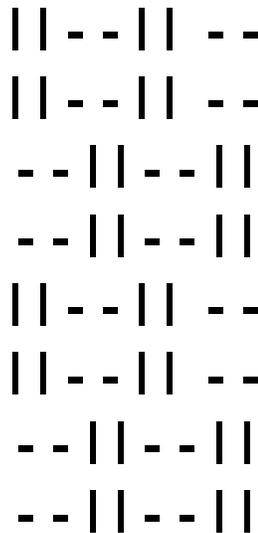


Figura 18: Schema completo del Punto a Scacchiera

Il Punto a Scacchiera si realizza lavorando costantemente 2 maglie a dritto e 2 maglie a rovescio fino alla fine del primo e del secondo ferro. Dal terzo ferro, dovendo creare un quadretto di maglia differente, la lavorazione sarà invertita per i seguenti due ferri, e così alternativamente fino alla conclusione del lavoro.

Per semplicità pensiamo ora di dover scrivere uno schema quadrato, formato cioè da un certo numero di maglie per un ugual numero di ferri. Indipendentemente dalla dimensione dello schema, potremo quindi dettagliare il *quadrato elementare*, costituito dalla *maglia rasata dritta*²⁴, indicandolo con la *lettera D* ed il *quadrato* a maglia rasata rovescia²⁵ indicandolo con la *lettera R*. In questo modo il *quadrato* 4 x 4 viene così rappresentato:



Figura 19: Dove D è una piccola piastrella lavorata a maglia Rasata Dritta della dimensione 4 x 4 mentre R una piastrella della dimensione 4 x 4 lavorata a maglia Rasata Rovescia.

²⁴ maglia rasata dritta si ricorda che viene lavorata con i ferri dispari lavorati a dritto e i ferri pari lavorati a rovescio
²⁵ maglia rasata rovescia si ricorda che viene lavorata con i ferri dispari lavorati a rovescio e i ferri pari lavorati a dritto

Questo schema in realtà, seppure relativo alla piastrella di base, non basta da solo ad esprimere tutto il disegno. Infatti, il disegno completo relativo all'ulteriore suddivisione della piastrella 4×4 si può immaginare come un'ulteriore suddivisione in quattro piastrelle identiche delle dimensioni elementari 2×2 disposte secondo il seguente schema:

S S
S S

Figura 20 : Dove **S** rappresenta le piccole piastrelle di dimensione identica 2×2 nelle quali è stato divisa ciascuna piastrella **D** e **R** della rappresentazione precedente

In questo modo abbiamo realizzato *la ricorsione a livello grafico* per ciò che riguarda il disegno delle piastrelle. Alla stessa maniera, nel caso del Punto Scacchiera o in qualsiasi altro punto, è possibile *operare ricorsivamente con un algoritmo* che richiami sé stesso, e agisca su un quadrato formato dalla metà delle maglie del quadrato di partenza. Questo quadrato più piccolo potrà a sua volta avere le dimensioni della piastrella di base oppure, essere ricavato con la chiamata dello stesso algoritmo su un quadrato di metà maglie. Un algoritmo che richiama sé stesso, lo ricordiamo, è detto algoritmo *ricorsivo*.

Definiamo a questo punto, in *stile ricorsivo*, secondo il paradigma già descritto *divide et impera*, la generazione dello schema quadrato della risoluzione desiderata del punto Scacchiera. L'algoritmo viene eseguito su un numero opportuno di maglie che chiameremo *nmaglie* e con una *Piastrella Base* di dimensioni che definiamo con *dim*. *Nmaglie* e *dim* sono i parametri passati all'algoritmo. Se i due valori di partenza sono uguali, si va immediatamente a produrre la *Piastrella Base*, altrimenti, si procede ricorsivamente suddividendo il quadrato in esame in quattro parti uguali. Ognuna delle 4 parti è costituita dal quadrato *S* di dimensione $nmaglie/2 \times nmaglie/2$ (dell'esempio grafico), creato a sua volta dalla chiamata ricorsiva dell'*algoritmo Scacchiera*. Le fasi in cui lavora l'algoritmo sono quindi le seguenti:

- ◇ *la divisione (divide)* del grande quadrato di partenza in quadrati sempre più piccoli, fino ad ottenerne uno delle dimensioni della *Piastrella Base* che viene prodotta dall'algoritmo apposito;

- ◇ la seconda fase consiste nella realizzazione, partendo dall'ultimo quadrato ottenuto, di *quattro copie identiche* dello stesso. Le copie comporranno un nuovo quadrato, che risulterà essere di dimensioni doppie rispetto al precedente.
- ◇ La fase di risoluzione (*risolvi*) procede ricorsivamente o direttamente qualora la taglia del problema risulti inferiore alla soglia prevista (*che nel nostro caso è PiastrellaBase*).

```

Scacchiera (nmaglie, dim);
  if ( nmaglie = dim ) produci PiastrellaBase;
  else
    S = Scacchiera (nmaglie/2, dim);

    produci  $\begin{pmatrix} S & S \\ S & S \end{pmatrix}$  ;

```

Ove *Piastrella Base* si costruisce col programma seguente:

```

PiastrellaBase;
D = quadratino (dim/2 x dim/2) di "|";
R = quadratino (dim/2 x dim/2) di "-";

produci  $\begin{pmatrix} D & R \\ R & D \end{pmatrix}$  ;

```

L'algorithmo *Scacchiera* prevede al suo interno la chiamata di sé stesso: *Scacchiera(nmaglie/2, dim)*; il risultato della chiamata sarà un quadrato "S". Inoltre, viene richiamato l'algorithmo *PiastrellaBase* (riportato di seguito) che produce l'omonima piastrella. La prima esecuzione di *Scacchiera(nmaglie/2, dim)* è relativa al numero di maglie *nmaglie* del quadrato da realizzare e costituisce, insieme alla dimensione della piastrella base (*dim*), un parametro passato all'algorithmo. Nell'istruzione *if (nmaglie = dim)* nel caso l'uguaglianza sia confermata, si procede alla produzione della *Piastrella base produci PiastrellaBase*. Nel caso contrario, si procede ricorsivamente suddividendo il quadrato in questione in quattro parti, ognuna delle quali costituita dal *quadrato S* delle dimensioni *nmaglie/2 x nmaglie/2* creato a sua volta dalla chiamata ricorsiva dell'algorithmo *Scacchiera*.

L' algoritmo Scacchiera essendo *generale*, può essere utilizzato non solo per creare gli esempi relativi alla Scacchiera delle dimensioni 4 x 4, di quella delle dimensioni 2 x 2 ed infine della Scacchiera di dimensione 1 x 1, ma può essere anche utilizzato per una scacchiera quadrata di qualsiasi dimensione (*nmaglie*) e risoluzione (*dim*). I vincoli richiesti in questo senso sono che la dimensione (*dim*) della Piastrina di Base sia al massimo pari alla dimensione del quadrato, e che il numero delle maglie (*nmaglie*) sia tale, che la suddivisione in quadrati generi sempre altri quadrati. È interessante notare che l' algoritmo Scacchiera potrà essere variato cambiando i punti associati alla Piastrina Base, dando origine così, ad una varietà di nuovi punti generati con il medesimo algoritmo.

Una critica alla metodologia ricorsiva applicata al Punto a Scacchiera potrebbe essere quella che la complica leggermente, se consideriamo l'eccessiva semplicità della descrizione del punto. Ma è altrettanto vero che questo esempio è sicuramente un chiaro ed efficace modo per dimostrare la filosofia dell' algoritmo ricorsivo adibito al lavoro a maglia .

4.2.2 Il tappeto di Sierpinski [5][6]

Il *tappeto di Sierpinsky* è un esempio di frattale matematico e fu inventato da Waclaw Sierpinski ²⁶ nel 1916. Il costruito del Tappeto di Sierpinsky è anch' esso di tipo ricorsivo e parte da un quadrato che viene suddiviso in 9 sottoquadrati, tre costruiti ai lati e tre centrali all' interno del quadrato originario, come a voler creare una struttura *a reticolo* fatta di quadrati delle stesse dimensioni. Il quadrato che risulta collocato nella parte centrale della struttura appena creata, deve poi essere eliminato. La stessa operazione viene poi effettuata *ricorsivamente* su ciascuno dei restanti 8 quadrati, e così ricorsivamente di seguito, fino a quando non si ottiene una struttura elementare della risoluzione desiderata.

²⁶ Waclaw Franciszek Sierpiński (Varsavia, 14 marzo 1882 – Varsavia, 21 ottobre 1969) è stato un matematico polacco

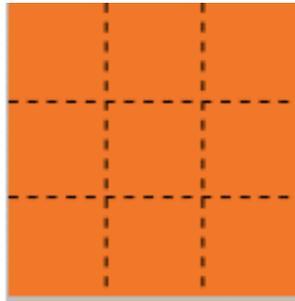


Figura 21: Tappeto di Sierpinsky



Figura 22: Immagine della realizzazione a maglia del tappeto di Sierpinsky tratta dallo studio Bernasconi, Bodei, Pagli

La *descrizione verbale* necessaria per la realizzazione a maglia del Tappeto di Sierpinsky può apparire semplice ma non lo è. In realtà, una descrizione verbale semplice, per questa tipologia di lavorazioni, non esiste, e non avendo la possibilità di una descrizione ricorsiva efficace, occorre decidere il grado di risoluzione con il quale si vuole affrontare il problema e fornirne, come unica soluzione, lo schema completo.

All'interno di questa relazione, presenteremo *la realizzazione dello schema completo del Tappeto di Sierpinsky* completo dell'algoritmo che lo genera (Pag.62) creato tramite l'implementazione dei parametri necessari nella procedura informatica *Crea il tuo motivo* inserita nel sito internet *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ...MAGLIA!* che in questa tesi si andrà ad illustrare. La procedura, nell'elaborazione del Tappeto di Sierpinsky, eseguirà insieme alla presentazione dello schema completo come risultato di output, anche la visualizzazione dei parametri di input passati all'algoritmo e necessari per la realizzazione del Tappeto. Lo schema completo, a differenza dell'algoritmo che sta alla base della procedura informatica e che verrà illustrato in questa relazione, come abbiamo detto, sarà di facile comprensione per l'esecutrice del lavoro a maglia.

4.2.3 L'albero binario

Partiamo adesso da una struttura nota in ambito informatico denominata *struttura ad albero* e creando da questa un motivo che possa essere lavorato a maglia. La struttura ad albero, in informatica, è utilizzata sia per rappresentare uno schema di calcolo, sia per organizzare dati che si presentino in forma gerarchica o che siano organizzati secondo una determinata classificazione. Essa permette, in certi casi, di rendere più efficienti le operazioni eseguite sui dati stessi. Un esempio di struttura ad albero è rappresentata nella realtà di ciascuno, dall'albero genealogico relativo alla propria discendenza.

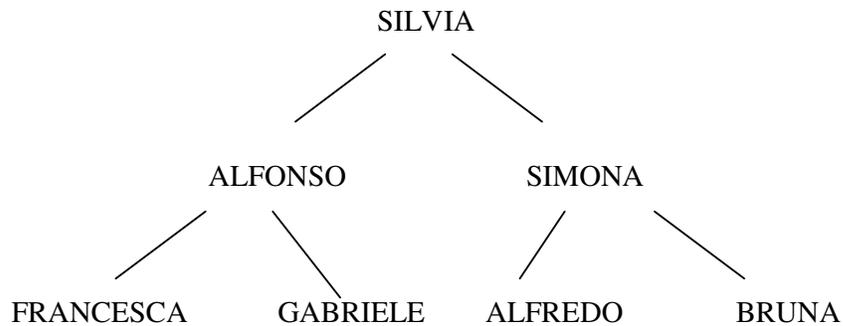


Figura 23: L'albero genealogico di Silvia

In informatica queste strutture ad albero, rispetto al corrispondente botanico, si leggono con la testa in giù. Si denominano *nodi* i vari elementi dell'albero e *archi* i collegamenti fra di essi. *Radice*, invece, è il nodo dal quale partono le diramazioni e *foglie* sono le diramazioni da cui non parte alcun ulteriore prolungamento ossia le parti terminali. "SILVIA" per esempio è la *radice*, le *foglie* sono "FRANCESCA", "GABRIELE", "ALFREDO" e "BRUNA". L'albero riportato nel nostro esempio si può definire anche *albero binario* che è una particolare struttura ad albero che può essere definito ricorsivamente. L'albero binario, può non possedere alcun nodo e prende il nome di *albero vuoto*, oppure, può essere composto da tre elementi disgiunti fra loro: il *nodo radice*, il *sottoalbero sinistro* e il *sottoalbero destro* che a loro volta sono strutture di alberi binari. Nel nostro esempio per la radice "SILVIA" i sottoalberi sinistro e destro sono rispettivamente "ALFONSO" e "SIMONA". In questo esempio le foglie avendo la stessa distanza dalla radice (profondità) danno origine ad un *albero completo*.

Se vogliamo creare un disegno di un *albero binario completo* da eseguire a maglia, lo possiamo rappresentare con pallini neri disegnati su uno sfondo di pallini bianchi che sono nell'immagine i quadretti bianchi del foglio. Le maglie simboleggiate dai pallini bianchi dovranno essere lette come maglie rasate rovesce e quelle rappresentate dai pallini neri come maglie a rasate diritte o viceversa.

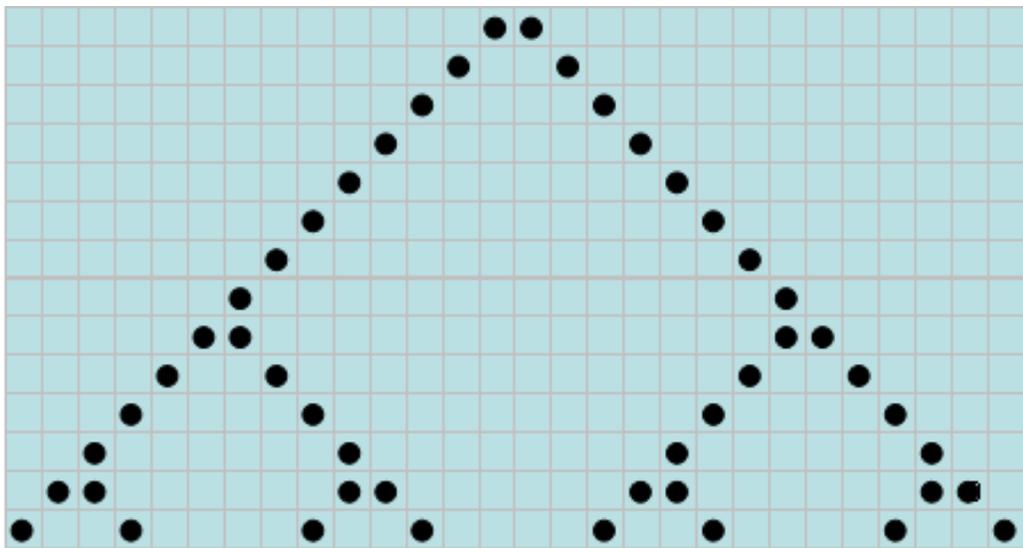


Figura 24: Albero binario completo pallini neri/pallini bianchi

Poiché la definizione è di tipo ricorsivo, come abbiamo detto, anche l'algoritmo che crea il disegno, che vediamo, sarà di tipo ricorsivo dove " p " è la profondità e verrà definito come segue:

```
AlberoBinario (p)
  if (p == 1)
    return (Piastrallabase);
  else
    S = Albero Binario (p - 1);
    D = Albero Binario (p - 1);
    C = Componi (S, D);
    return C
```

Componi (X, Y)

Crea un albero binario dalla composizione di S e D

AlberoBinari(p) è formato dalla scomposizione di due alberi più piccoli *S* e *D* rispettivamente a *sinistra* e a *destra* del disegno, che ricorsivamente sono formati nello stesso modo, finché l'albero componente, non diventa un albero elementare (denominato Piastrallabase) che può essere disegnato direttamente.

5 LE GRAMMATICHE E LA MAGLIA

Come abbiamo già accennato, anche il linguaggio utilizzato nella maglia può essere studiato con gli strumenti delle *grammatiche formali* che abbiamo illustrato precedentemente, parlando della ricorsività in generale.

Il linguaggio utilizzato nelle spiegazioni dei punti da realizzare a maglia (*schema verbale*) si basa infatti, su regole simili a quelle che abbiamo visto per i linguaggi in generale. Prendiamo come esempio la lavorazione del *Punto Chicco di Riso* :

Si lavora su un numero di maglie pari:
1 ferro: * 1 dritto, 1 rovescio * ; ripetere da * a * fino alla fine.
2 ferro: * 1 rovescio, 1 dritto * ; ripetere da * a * fino alla fine.
Ferri dispari: ripetere ferro 1.
Ferri pari: ripetere ferro 2.

Figura 25: Schema verbale del Punto Chicco di Riso

Notiamo l'utilizzo del simbolo " * " che come abbiamo già detto, indica la ripetizione di tutto ciò che è inserito all'interno dell'intervallo tra gli asterischi.

Questo simbolo, denominato *operatore di Kleene*, viene dall'informatica ed è utilizzato nella teoria dei linguaggi formali. Tornando al nostro punto a maglia, la riga descritta nel primo ferro, utilizzando l'operatore di Kleene, verrebbe così rappresentata:

$$*1 \text{ diritto, } 1 \text{ rovescio } * = \{ D R \}^* = \{ (D R)^i : i \geq 0 \} \\ \{ D R, D R D R, D R D R D R, \dots \}$$

Il linguaggio che si genera corrisponde allo schema necessario per la realizzazione di un *singolo ferro* (o riga della matrice). I *simboli terminali* sono la rappresentazione dei *singoli punti*.

La riga del primo ferro si può ottenere usando la grammatica che ha come simbolo non terminale e iniziale $\langle S \rangle$; come simboli terminali quelli che rappresentano *la maglia diritta*: " | " e *la maglia rovescia*: " - ".Le produzioni saranno le seguenti:

$$(1) \langle S \rangle \rightarrow \langle S \rangle | - \\ (2) \langle S \rangle \rightarrow \langle S \rangle - |$$

Alcuni punti, come abbiamo accennato, sono l'insieme di diversi punti base combinati tra loro, come ad esempio il già menzionato *Punto Scacchiera*, che è costituito da quadrati di uguali dimensione collocati in modo ravvicinato, uno lavorato a maglia rasata diritta ed uno lavorato a maglia rasata rovescia ed in modo alternato quindi formato da maglie base diritte e maglie base a rovescio combinate fra loro.

Nelle figura che riportiamo qui sotto, vediamo la realizzazione del *Punto Scacchiera* in tre versioni differenti: con quadrati della dimensione 4 x 4, con quadrati della dimensione 2 x 2 ed infine con quadrati della dimensione 1 x 1:

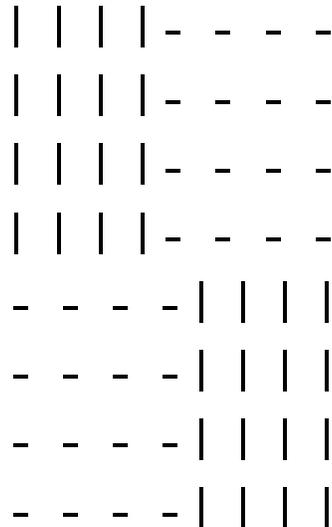


Figura 26: Punto Scacchiera 4 x 4

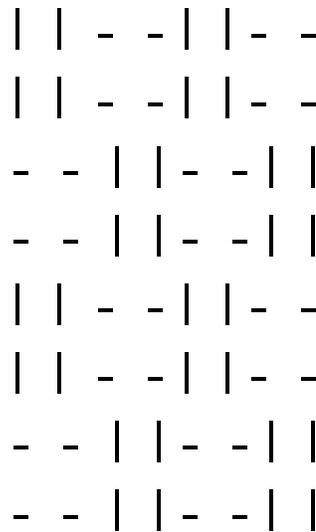


Figura 27 : Punto Scacchiera 2 x 2

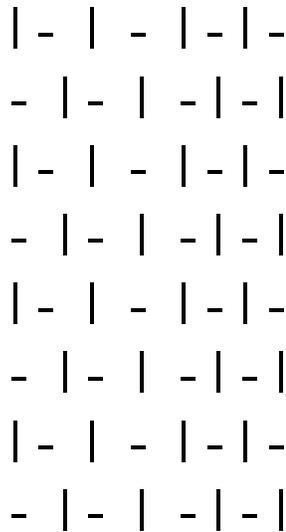


Figura 28 : Punto Scacchiera 1 x 1 altrimenti detto Punto Chicco di Riso

Per rappresentare più sinteticamente gli schemi appena descritti, è possibile utilizzare una simbologia ancora più sintetica. Nel Punto Scacchiera, che come abbiamo detto, è eseguito con quadrati ravvicinati lavorati a maglia rasata a diritto e a maglia rasata a rovescio, utilizziamo, per esempio, il simbolo “ • “ per rappresentare il generico punto a maglia *rasata a diritto* e il simbolo “ o “ per rappresentare la *maglia rosata a rovescio*. Dal punto di vista grafico si avrà uno schema molto più ristretto e da quello informatico, questa rappresentazione consente di avere uno schema generale che si presta a più realizzazioni. Dal punto di vista pratico, nella lavorazione a maglia, sarà necessario solamente cambiare l’associazione tra i simboli “ • “ e “ o “ e tipologia di punti ad essi associati. Anche nel caso appena descritto, le grammatiche che abbiamo analizzato in precedenza, ci possono aiutare.

Nel punto scacchiera (4 maglie rasate diritte e 4 maglie rasate rovesce) possiamo usare le seguenti produzioni:

$$(1) \langle S \rangle \rightarrow \langle S \rangle \text{ o o o o } \bullet \bullet \bullet \bullet$$

$$(2) \langle S \rangle \rightarrow \text{ o o o o } \bullet \bullet \bullet \bullet$$

Se volessimo aumentare il livello di astrazione diventando più generali, nella descrizione, potremo introdurre le produzioni intermedie (1') e (2') così da poter decidere la dimensione di ogni singolo quadrato della scacchiera. Usando una produzione scelta tra la (3a), la (3b) e la (3c) è possibile infatti, ottenere rispettivamente il *punto Chicco di Riso*, la *Scacchiera* con i quadrati della dimensione 2 x 2 o la *Scacchiera* con i quadrati della dimensione 4 x 4. Alla stessa maniera così come è possibile alternare il Diritto e il Rovescio per variare le dimensioni del quadrato, è possibile giocare sulle diverse tipologie di punti in generale a disposizione, semplicemente associando il simbolo “ O “ per esempio, al generico punto a *Chicco di Riso* e il simbolo “ • “ al generico *Punto a Legaccio*. In questo modo si otterrà, una sequenza di *punti fantasia* diversa dalla prima, senza tuttavia perdere il motivo dominante della Scacchiera.

$$\begin{array}{l}
 (1') \langle S \rangle \rightarrow \langle S \rangle \langle B \rangle \langle A \rangle \\
 (2') \langle S \rangle \rightarrow \langle B \rangle \langle A \rangle \\
 (3a) \langle A \rangle \rightarrow \bullet \qquad \qquad \langle B \rangle \rightarrow O \qquad \text{chicco di riso} \\
 (3b) \langle A \rangle \rightarrow \bullet \bullet \qquad \qquad \langle B \rangle \rightarrow O O \qquad \text{scacchiera 2 x 2} \\
 (3c) \langle A \rangle \rightarrow \bullet \bullet \bullet \bullet \qquad \langle B \rangle \rightarrow O O O O \qquad \text{scacchiera 4 x 4}
 \end{array}$$

Naturalmente le righe successive, verranno definite secondo lo stesso schema o con quello complementare che sostituisce il diritto con il rovescio, tenendo conto del rovescio del lavoro e delle alternanze degli scacchi.

Possiamo concludere dicendo che pensare di rappresentare la maglia con la *metodologia delle grammatiche formali* risulta molto agevole se si pensa che queste ultime, offrono la possibilità di una rappresentazione concisa, semplice ed elegante degli stessi schemi di lavorazione dei punti a maglia.

6 MOTIVI RICORSIVI FANTASIA

6.1 Introduzione

In questo capitolo useremo buona parte dei concetti introdotti nel corso della relazione, per dimostrare le *similitudini che esistono tra informatica e lavoro a maglia*; inoltre si farà uso delle metodologie introdotte, per *progettare uno strumento* capace di fornire le istruzioni o meglio, lo schema completo, di un motivo ricorsivo originale, che risulterà così pronto per essere eseguito a maglia.

Il procedimento che descriveremo si basa, come abbiamo detto sull'idea, appresa dallo studio [5][6], condotto dalle già citate ricercatrici del Dipartimento di Informatica di Pisa. Questo spunto, nella tesi *Motivi ricorsivi a maglia* verrà ampliato e sviluppato in una procedura informatica creata in linguaggio Java al fine di produrre dei motivi ricorsivi fantasia realizzabili a maglia. Per accedere alla funzione di creazione dei motivi ricorsivi a maglia, è stata progettata un'interfaccia web interattiva inserita all'interno del sito *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ... MAGLIA!* e richiamabile cliccando il link della pagina *Crea il tuo motivo* della barra dal menu del sito web. Si accede in questo modo alla procedura di visualizzazione del motivo ricorsivo sottoforma di schema completo, subito disponibile per essere lavorato a maglia. Il sito creato *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ... MAGLIA!* risulta validato per la perfezione del codice XHTML, per la perfezione dei fogli di stile CSS e per l'accessibilità dei contenuti, secondo le linee guida del W3C inoltre risulta testato per la visualizzazione con i comuni browser in uso (Mozilla, Internet Explorer ecc.) nonché su periferiche di tipo mobile. All'interno di questa relazione verrà descritto e presentato il sito web in ogni suo aspetto e funzionalità, nonché verranno riferiti numerosi esempi in output, quali risultanze delle diverse opzioni del programma, anche sottoforma di realizzazioni a maglia ricavate dagli schemi completi generati della procedura *Crea il tuo motivo*.

Per comprendere a fondo la *filosofia* della procedura java insita nella pagina *Crea il tuo motivo*, che abbiamo appena descritto, occorre tenere ben presente il concetto matematico del *prodotto di Kronecker*.

6.2 Il prodotto di Kronecker

Il prodotto di Kronecker^{ix} rappresentato con il simbolo “ \otimes ” è il prodotto di due matrici A e B di dimensioni variabili. Se A è una matrice $m \times n$ e B è una matrice $p \times q$, il prodotto di Kronecker verrà definito nel modo seguente

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

Ed esplicitando ogni termine del prodotto di $A \otimes B$ si avrà

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{11} & a_{1n}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{11}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{21} & a_{1n}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11}b_{p1} & a_{11}b_{p2} & \cdots & a_{11}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{p1} & a_{1n}b_{p2} & \cdots & a_{1n}b_{pq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{11} & a_{mn}b_{12} & \cdots & a_{mn}b_{1q} \\ a_{m1}b_{21} & a_{m1}b_{22} & \cdots & a_{m1}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{21} & a_{mn}b_{22} & \cdots & a_{mn}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{m1}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{p1} & a_{mn}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{bmatrix}$$

dove $a_{ij} B$ è una matrice ottenuta moltiplicando tutti gli elementi di B con l'elemento a_{ij} . Nello studio Bernasconi, Bodei e Pagli [5][6], le matrici da moltiplicare erano state rappresentate da simboli “•” e “o” che rappresentavano singoli punti (*diritti o rovesci*) oppure matrici di punti. Dovendo moltiplicare i simboli “•” e “o”, e più precisamente coppie di simboli, l'operazione si diceva correttamente che poteva essere definita in 16 modi differenti.

Questo valore definito nella potenza di $2^4 = 16$, è dimostrato considerando che le combinazioni di maglie diritte e di maglie rovesce possibili sono 4 e vengono così esplicitate: DIR-DIR, DIR-ROV, ROV-DIR, ROV-ROV. Per ciascuna coppia di alternative, si possono scegliere 2 possibili risultati (DIR o ROV) e in definitiva 2^4 per un totale di 16 combinazioni possibili.

6.2.1 Gli algoritmi "FancyPatter" e motivi ricorsivi

Tenendo conto di quanto detto relativamente al prodotto di Kronecker nello studio [5][6] è stato creato un algoritmo chiamato *FancyPattern* che schematizza le fasi dell'elaborazione relativa al prodotto tra matrici. L'algoritmo prevede l'inserimento dei seguenti parametri iniziali:

- ◇ una matrice $d \times d$ denominata **B**;
- ◇ l'operazione tra le 16 possibili **op** ;
- ◇ la dimensione del motivo finale **n**
- ◇ e la risoluzione prescelta o livello di ricorsione indicato con \mathcal{L} supposto che $\mathcal{L} \leq \lceil \log_d n \rceil$. La risoluzione \mathcal{L} può anche essere intesa come il livello di profondità con cui si esegue la ricorsione.

Analizziamo l'algoritmo *FancyPattern*:

```

FancyPattern( B, op, n,  $\mathcal{L}$  )
 $\otimes_{op}$  = Prodotto di Kronecker basato sull'operazione op;
if ( $\mathcal{L} == 1$ )
    K = new (n/d x n/d) matrice di " • ";
    return K  $\otimes_{op}$  B;
else
    P = FancyPattern (B, op, n/d,  $\mathcal{L} - 1$ );
    return P  $\otimes_{op}$  B;

```

Se $\mathcal{L} = 1$ come esprime la prima condizione **if** ($\mathcal{L} == 1$), l'algoritmo produce una matrice **K** di dimensioni $(n/d \times n/d)$ costituita di simboli " • ". Su tale matrice viene calcolato il prodotto di Kronecker con la matrice iniziale B (Piastrina Base) restituendo il risultato.

Se non viene soddisfatta la condizione $\mathcal{L} > 1$, l'algoritmo *FancyPattern* viene richiamato ricorsivamente su una dimensione ridotta di n/d e con un livello di ricorsione ogni volta decrementato di un'unità ($\mathcal{L} - 1$), dando origine ad una matrice P sulla quale si calcolerà il Prodotto di Kronecker con la matrice B.

Si sottolinea che se la ricorsione è ripetuta un numero appropriato di volte, il motivo finale esprimerà una certa regolarità anche se B è scelto a caso [5][6].

Parte originale della tesi::

Ispirandomi all'algoritmo *FancyPattern* elaborato nello studio del quale si è più volte accennato [5][6], e in occasione di questa tesi è stato sviluppato un altro algoritmo nato da una reinterpretazione di *FancyPattern*, denominato *MotiviRicorsivi*, e come quest'ultimo molto efficace allo scopo di creare motivi ricorsivi fantasia. Un primo parametro passato all'algoritmo, come nell'esempio precedente era la *Piastrella Base B* è la matrice *base*. Ricordiamo che motivo iniziale *base* è una matrice quadrata delle dimensioni $n \times n$ dove n è anch'esso un parametro passato all'algoritmo. Un altro parametro è il livello di ricorsione \mathcal{L} che indica anche il numero delle ripetizioni con cui verrà effettuato il prodotto di Kronecker; ultimo parametro è rappresentato da *op*. Riguardo al parametro *op* la procedura gestirà le 16 combinazioni possibili, così come abbiamo visto nell'algoritmo *FancyPattern*.

La reinterpretazione data in questa sede all'algoritmo *FancyPattern* consiste nell'effettuare il **prodotto di Kronecker “ \otimes ”** della matrice *base per sé stessa* anziché come in *FancyPattern* [5][6], il prodotto di Kronecker “ \otimes ” della stessa *base per la matrice K o P*. Questa è la sintesi della sostanziale differenza tra le due metodologie. L'algoritmo *MotiviRicorsivi* viene definito come segue:

Assumendo che:

base = motivo iniziale ;

n = numero maglie iniziali ;

\mathcal{L} = numero ripetizioni

(dimensione della matrice finale = numero maglie iniziali ^{numero di ripetizioni})

op = tipologia delle operazioni (4 possibili scelte per gestire le 16 possibilità con cui eseguire il Prodotto di Kronecker)

```

MotiviRicorsivi(base, n,  $\mathcal{L}$ , op)
 $\otimes_{op}$  = Prodotto di Kronecker basato sull'operazione op;
  if ( $\mathcal{L} == 1$ )
    return base;
  else
    d = base.length;
    MotivoIntermedio = MotiviRicorsivi(base, n/d,  $\mathcal{L}-1$ ,
      op)
    return (MotivoIntermedio  $\otimes$  base);

```

Un'interessante variante, inserita nel programma informatico in java *Crea il tuo motivo* richiamabile all'interno del sito web *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di... MAGLIA!* è rappresentato dalla possibilità di gestire la *modalità random o casuale*. In altri termini, l'utente può decidere se e a quale livello (totale o parziale) ricorrere alla modalità casuale gestita interamente dal sistema, compilando opportunamente i campi relativi al Motivo random o all'Operazione random previsti. La generazione casuale o random quindi, può riguardare nello specifico, sia il valore l'*op* e/o la matrice iniziale (*base*) inserita. Un'ulteriore precisazione: se il livello di ricorsione \mathcal{L} inserito dall'utente è uguale al valore 1 ($\mathcal{L} = 1$), ci sarà una corrispondenza perfetta tra il motivo inserito in *input* iniziale e il motivo finale (*in output*).

In questo caso (random) l'algoritmo *Crea il tuo motivo* sarà il seguente:

(caso random)

```

Crea MotivoFinale(n,  $\mathcal{L}$ , simbolo diritto, simbolo rovescio)
  if (Motivo == Random)
    if (Operazione == Random)
      return Operazione, MotivoIniziale,
        MotivoFinale;
    else Inserisci manualmente le 4 operazioni
      return Operazione, MotivoIniziale,
        MotivoFinale
  else Inserisci manualmente di seguito le righe del tuo
    Motivo Iniziale
  return Operazione, MotivoIniziale, MotivoFinale

```

Procedura Crea il tuo motivo (caso generale):

```
Crea MotivoFinale (n,  $\mathcal{L}$ , simbolo diritto, simbolo rovescio,
base, op)
  if (scelta base == (spuntato)Motivo random)
    if (scelta operazione == (spuntata) Operazione
        random
        return Operazione, MotivoIniziale, MotivoFinale

    else Inserisci manualmente le 4 operazioni
        return Operazione, MotivoIniziale, MotivoFinale
  else Inserisci manualmente di seguito le righe del tuo
  Motivo Iniziale
    return Operazione, MotivoIniziale, MotivoFinale
```

Come si è già detto, i parametri passati all'algorithm sono $n = \text{Numero maglie iniziali}$, $\mathcal{L} = \text{numero delle ripetizioni}$, il simbolo scelto per rappresentare la maglia *a diritto* e quello per rappresentare la maglia *al rovescio*. Se la scelta relativa al *Motivo random* è stata spuntata, occorre controllare se anche la scelta relativa all'*Operazione random* è spuntata. In questo caso il sistema non richiede ulteriori inserimenti all'utente e procede a visualizzare *op*, *Motivo iniziale* e *Motivo finale*.

Nel caso in cui la scelta relativa al *Motivo random* è stata spuntata ma non risulta spuntata, al contrario, quella dell'*Operazione random*, l'utente deve inserire manualmente le 4 combinazioni relative all'operazione, ossia quale *grammatica*, sulla base della quale, vuole sia calcolato il prodotto di Kronecher; il sistema visualizzerà di seguito l'output costituito da *op*, *Motivo iniziale* e *Motivo finale*.

Se entrambi le scelte random *non vengono spuntate*, l'utente dovrà procedere ad inserire manualmente, il *Motivo iniziale* formato di tante righe quante si sono stabilite con l'inserimento della variabile n e le operazioni scelte. Il programma elaborerà il \otimes_{op} Prodotto di Kronecker sulla base delle op selezionate effettuando il prodotto della Matrice quadrata inserita come Motivo iniziale (base) per sé stessa per un numero di volte che sono espresse dal valore di \mathcal{L} .

Ricordiamo, inoltre, che, con un unico e semplice algorithm si possono definire infinite famiglie di motivi ricorsivi fantasia.

Non tutti saranno esteticamente validi, ma sarà l'utente stessa, facendo funzionare il programma e provando le diverse varianti a giudicare e scegliere quello che le apparirà più consono al suo gusto personale. Inoltre, anche in questo caso, la descrizione verbale del motivo ricorsivo non sarebbe possibile; bisognerebbe in alternativa specificarne lo schema completo che peraltro costituisce l'output della procedura informatica stessa; la spiegazione verbale sarebbe infatti lunga e delle dimensioni del motivo stesso, mentre l'algoritmo, come possiamo notare, risulta al contrario molto chiaro, compatto e sintetico.

Come abbiamo detto, questa reinterpretazione del Prodotto di Kronecker e dell'algoritmo FancyPattern proposta nello studio [5][6] nonché la procedura informatica *Crea il tuo motivo* realizzata all'interno del sito web *motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ... MAGLIA!*, costituiscono la parte originale di questa tesi triennale dal titolo *motivi ricorsivi a maglia*.

6.2.2 *L'applicazione web Crea il tuo motivo del sito "motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di...MAGLIA!" e gli esempi realizzati*

Per maggiori dettagli si rimanda al Capitolo 6.2.1 della relazione

[Tavola 1] **Layout pagina Crea il tuo motivo**

Presentiamo nell'immagine il layout della pagina *Crea il tuo motivo* richiamabile dal sito web *motivi ricorsivi esprimi il tuo punto di...MAGLIA!* progetto originale realizzato in occasione di questa tesi di laurea.

Nella parte sottostante al menu dei comandi, l'utente può inserire i *parametri* che serviranno al programma Java per elaborare il *motivo finale* sottoforma di *schema completo* (una matrice quadrata di dimensione: *Numero maglie iniziali* ^{Numero} *ripetizioni*), che sarà immediatamente realizzabile a maglia. L'utente inserirà:

- ◇ *Numero di maglie iniziali*: la dimensione della sua matrice quadrata in input. I valori accettati sono di tipo numerico e vanno dall'1 all'8;
- ◇ *Numero ripetizioni*: il n di ricorsioni. I valori accettati sono ancora di tipo numerico e vanno dall'1 all'8;
- ◇ *Simbolo dritto* e *Simbolo rovescio*: l'utente ha la facoltà di scegliere i caratteri che vorrà associare alle due tipologie di lavorazioni a maglia

- ***Gestione delle casistiche random della procedura (Motivo random e Operazione random)***

L'utente ha la facoltà di "spuntare" o meno i campi "*Motivo random*" e "*Operazione random*".

- Nel caso L'utente spunti il *motivo random*, si passa alla procedura l'ordine di effettuare l'elaborazione casuale del motivo iniziale che non verrà inserito dall'utente, ma generato casualmente dal sistema;
- Nel caso anche *Operazione random* venisse spuntata dall'utente, la procedura inserisce casualmente le operazioni delle quali il programma si serve per effettuare il Prodotto di Kronecker il cui inserimento non sarà infatti, richiesto all'utente.

La procedura visualizzerà i seguenti valori in output:

- *Operazione*;
- *Motivo Iniziale*;
- *Motivo Finale* la cui dimensione sarà data da *Numero maglie iniziali*^{*Numero ripetizioni*}.

Vediamo qualche esempio di opzioni random:

[Tavola2][Tavola3] L'utente ha inserito in corrispondenza di *Numero maglie iniziali* e *Numero di Ripetizioni* i valori numerici 3, ha inserito "V" come *Simbolo diritto* e "~" come *Simbolo rovescio*. Ha spuntato, come abbiamo detto, *Motivo random* e *Operazione random*.

[Tavola 4][Tavola 5] Ancora viene inserito il valore 3 al *Numero maglie iniziali* e 3 al *Numero di Ripetizioni*, "V" come *Simbolo diritto* e "~" come *Simbolo rovescio*. L'utente ha nuovamente spuntato *Motivo random* e *Operazione random*.

Caso Motivo random:

[Tavola 6] [Tavola 7] È il caso in cui l'utente ha spuntato solamente la casella *Motivo random* e non quella dell'*Operazione random*. In questo caso, la procedura chiederà l'inserimento delle quattro combinazioni così espresse:

(V, V); (V, ~); (~, V); (~, ~); l'utente accanto ad ogni opzione inserirà quale dei due simboli preferisce, in questo caso ha inserito le seguenti preferenze:

V, V, ~, V;

Caso Operazione random:

[Tavola 8][Tavola 9] Nel caso l'utente spunti solamente la casella *Operazione random* e non quella *Motivo random*, egli dovrà inserire il motivo per tante righe quanto è il valore dichiarato in *Numero maglie iniziali*. In questo caso il valore è 3, le righe che il programma richiederà sono 3 e si inseriranno come segue:

Riga: VVV

Riga : V~~

Riga: ~~~

Caso inserimenti totalmente manuali:

[Tavola 10][Tavola 11] L'utente inserisce 3 come valore di *Numero maglie iniziali*, e ancora 3 come Numero di Ripetizioni, “ V” come Simbolo diritto e “ ~” come Simbolo rovescio.

In questo caso, come abbiamo detto, non vengono spuntati Motivo random e si inserisce pertanto, la sequenza come segue

V V V

V V

V V;

Né si decide di spuntare Operazione random quindi viene inserita la sequenza:

$(V, V) = V; (V, \sim) = \sim; (\sim, V) = \sim; (\sim, \sim) = \sim.$

Creazione del Tappeto di Sierpinsky:

[Tavola 12][Tavola 13] *Creazione del Tappeto di Sierpinsky* (cap. 4.2.2): Abbiamo detto che il Tappeto di Sierpinsky è un frattale o struttura ricorsiva che la suddivisione di una matrice quadrata in 9 quadrati uguali. Dei 9 quadrati così formati, si elimina quello centrale e si procede ricorsivamente per ogni singolo quadrato alla stessa maniera. Il tappeto di Sierpinsky, ovviamente, sarà creato in modalità manuale come segue:

Prevediamo di inserire il motivo di Sierpinsky di base su una piccola matrice 3 x 3 con il simbolo delle maglie dritte “V” e il simbolo per le maglie rovesce “ ~” (spazio):

Riga: V V V

Riga: V ~ V

Riga: V V V

Né verrà deciso di spuntare Operazione random ma di inserirle manualmente in questo modo:

$(V, V) = V; (V, \sim) = \sim; (\sim, V) = \sim; (\sim, \sim) = \sim;$

Il risultato sarà il frattale di Sierpinsky subito riproducibile a punto maglia, i quadrati centrali vengono lavorati a maglia rasata rovescia per creare il contrasto con gli altri quadrati lavorati a maglia rasata diritta, così come nell'immagine di Cap. 4.2.2.

6.3 Conclusioni

Il programma *Crea il tuo motivo* è stato realizzato tramite un'applicazione Applet Java che traduce l'algoritmo del calcolo del Prodotto di Kronecker di una matrice quadrata di una dimensione che è stabilita dall'utente tramite l'inserimento del valore numerico (intervallo consentito 1-8) accanto all'etichetta Motivo iniziale. La matrice verrà moltiplicata per sé stessa per un numero di volte che l'utente definisce tramite l'inserimento del valore numerico (intervallo consentito 1-8) accanto all'etichetta *Numero di ripetizioni*. L'utente decide anche la simbologia da associare al punto Maglia diritta e al punto Maglia rovescia, nonché definire se l'elaborazione del suo motivo ricorsivo debba essere totalmente, parzialmente random o assolutamente manuale.

In caso l'utente scelga l'elaborazione random, tale scelta potrà riferirsi sia al Motivo iniziale, che il sistema tradurrà in termini di disposizione delle maglie diritte e rovesce, sia di *Operazione* che il programma definirà in maniera casuale. L'operazione, come è stato detto, è una sorta di *grammatica* della quale il programma tiene conto al momento del calcolo del Prodotto di Kronecker. È stata ipotizzata, la situazione base rappresentata da motivi composti di maglie diritte e maglie rovesce monocromatiche combinate insieme, ma è facile immaginare come da questa applicazione si possa spaziare praticamente all'infinito.

Le difficoltà riscontrate realizzando questa *applet Java* sono state rappresentate proprio dal linguaggio Java perché complicato e soprattutto non ancora compreso nei programmi di studio; inoltre, una particolare attenzione è stata dedicata al layout perché lo scopo era quello di creare un prodotto interfaccia-utente che fosse studiato appositamente per un'utenza particolare cui il sito web è rivolto. Un destinatario del sito non necessariamente tecnico e che si aspetta, per questo genere di applicazione, un'interfaccia accogliente, chiara e sufficientemente *ampia* tanto da contenere il Motivo finale nella maniera più integra possibile. La scelta del simbolo delle maglie diritte e di quelle rovesce del motivo finale data all'utente, ci è sembrato potesse essere una gradita personalizzazione e un contributo in termini di chiarezza del motivo finale stesso.

7 LE MACCHINE DA MAGLIERIA MODERNE

7.1 Un'esperienza in fabbrica

Grazie alla disponibilità del Signor Carlotti Sandro, titolare della fabbrica di maglieria Tudor's²⁷ di Licciana Nardi (MS) in essere dal 1960, e della signorina Tiziana Martini²⁸, che ringrazio, ho effettuato una serie di visite che mi hanno permesso di studiare nonché di fabbricare materialmente alcuni *teli campione* utilizzando le macchine da maglieria moderne di tipo industriale in dotazione della Tudor's. La mia esperienza ha riguardato tutte le fasi della produzione di un campione da maglieria: dalla creazione su personal computer, alla realizzazione del capo su una macchina da maglieria. La produzione dei capi presso questa fabbrica, è possibile grazie ad un sistema integrato denominato SDS®-ONE, che comprende un'interfaccia grafica su personal computer dotato di penna senza filo sensibile alla pressione, tavoletta grafica e trackball con tasti duplicati delle funzioni utilizzate maggiormente. L'interfaccia grafica è inserita su personal computer funzionanti in ambiente Windows 2000 Professional e dotati di dotazione hardware di tipo "proprietario" con 4 x DSP (processori) funzionanti in parallelo per accelerare la grafica indispensabile per la fase di progettazione. Per la realizzazione dei tessuti, sono utilizzate delle macchine da maglieria di fabbricazione SHIMA SEIKI, con concezione totalmente computerizzata ed un sistema integrato. I modelli in dotazione alla Tudor's sono l'SWG-X e il NewSES 122RT concepiti secondo una tecnologia che permette di realizzare dei *capi completi* di alta qualità WHOLEGARMENT® di cui non si conoscono ulteriori dettagli perché trattasi di marchio depositato. Il sistema integrato SDS®-ONE, di cui abbiamo parlato, permette la pianificazione del prodotto, la sua promozione ed il merchandising. Al suo interno sono infatti comprese una varietà notevole di funzioni che riguardano tutti gli aspetti della moda tra i quali *i disegni in maglia, l'anteprima virtuale della campionatura*, ecc.

²⁷ <http://www.tudors.net/>

²⁸ programmatrice di macchine da maglieria da oltre un decennio

La prima fase della produzione di un capo di maglieria, comporta, infatti, lo studio della disposizione estetica e tecnica dei vari punti richiesti dal committente, e la realizzazione di un *prototipo dimostrativo* che dovrà essere concordato con la committenza. È proprio analizzando questa fase, che si è potuto effettuare un parallelo con il programma *Crea il tuo motivo* del nostro sito web. Infatti, con il sistema integrato SDS®-ONE in questa fabbrica, non è possibile «demandare» al sistema, alcuna funzione di elaborazione casuale dei punti maglia, al contrario, il motivo fantasioso, se commissionato, dovrà essere creato *manualmente* dall'operatore che disporrà, secondo il proprio gusto estetico, i punti base disponibili per le lavorazioni. Di seguito, nella fase produttiva, si ha la scelta del colore, utilizzando la funzione *paint* del sistema integrato, costituita da un menu a colori denominato *PantOne*, che provvede all'assegnazione accurata dei colori e può essere usato insieme a sfondi a maglia o tessuto per effetti realistici. Qui, possiamo riscontrare una generazione di tipo automatico per disegni a pois, rigati, bordure ecc. con il relativo data base e programma. Dopo aver concordato il prototipo a livello di disposizione dei punti e scelta dei colori, si passa alla creazione del campione.

Successivamente inizia la delicata fase dello studio taglie, delle rese dei filati decisi per quella tipologia di capo da realizzare. Si passa così a realizzare il modello del capo nelle taglie previste utilizzando la fase *Knit* di disegno sull'interfaccia grafica del computer sul quale è inserito il software applicativo PGM adibito allo scopo e fornito con licenza esclusiva SDS®-ONE dalla ditta costruttrice delle macchine da maglieria e dei personal computer SHIMA SEIKI. PGM comprende la modellistica, lo sviluppo taglie e la tracciatura dei cartamodelli rendendo così più facile la creazione e la messa a punto di disegni per le applicazioni nell'abbigliamento. Mentre i programmi tradizionali visualizzano in modalità bidimensionale, qui, la tecnologia viene usata per creare viste tridimensionali della maglia e, ancora più importante, figurini dei capi completi di qualità WHOLEGARMENT®. Lo sviluppo delle taglie contiene speciali algoritmi per determinare le proporzioni più accurate durante i cambi taglia. I dati *KnitPaint* processati dal software PGM vengono convertiti in programma-macchina pronti per l'utilizzo.

In altre parole, dalla configurazione grafica del capo verranno creati su dischetto il file rappresentante la *sequenza dei punti* del capo (*nomefile.dat*) nonché il file contenente le *istruzioni tecniche* necessarie per i settaggi della macchina che a questo primo livello includono i settaggi di base e le sue regolazioni generiche necessarie (*nomefile.pak*). I file così creati in questa fase della produzione, fase grafica e di settaggio di base, verranno resi esecutivi tramite una vera e propria compilazione. In questa fase infatti si realizzerà la traduzione dei comandi implementati che verranno tradotti in un linguaggio macchina comprensibile e necessario per il funzionamento meccanico delle macchine da maglieria. Il dischetto così creato verrà inserito direttamente nella macchina da maglieria industriale e in questa fase verranno inserite da consolle del telaio automatico, tutte le istruzioni finali e dettagliate relative ai settaggi *ad hoc* per tipologia di filato e di macchina da maglieria in funzione. Si inseriranno in questa fase, infatti il settaggio dei *tiraggi* o tensioni ²⁹ del filo per quella specifica tipologia di filato e per quella particolare macchina prescelta per il lavoro da realizzare. Diversamente dal programma *Crea il tuo motivo* ideato e realizzato per questa tesi, dal punto di vista industriale e con questa tipologia di software, non è possibile, come si è detto, far eseguire alla macchina da maglieria la funzione random ossia lasciare che si generi in maniera casuale il *Motivo* o la tipologia delle *operazioni possibili*. Le creazioni possibili, seppur fantasiose, sono eseguite infatti, manualmente dall'operatore, tramite la combinazione creativa dei punti base quali:

- ◇ Maglia a Diritto;
- ◇ Maglia a Rovescio;
- ◇ Maglia passata semplice;
- ◇ Maglia passata inglese;
- ◇ Gruppi di maglie passate a diritto e a rovescio

²⁹ come dice la parola servono a tenere in tensione il filo durante la lavorazione

Esempi realizzati un fabbrica: Abbiamo voluto realizzare alcuni teli lavorati dalla macchina a maglia rasata diritta formato di 40 maglie per 40 ferri. Immaginiamo la nostra matrice formata di 40 maglie per 40 ferri. Nell'interfaccia proposta all'utente si impostano le “*boccole per gli aghi*” (che corrispondono alle *maglie* orizzontali predisposte sul ferro) che nel nostro caso sono 40 e le “*boccole³⁰ per i ranghi*” corrispondenti ai ferri nella lavorazione a mano per avere un campione della dimensione di cm 10 di base x cm 10 di altezza. Dal campione ricavato si potrà stabilire come predisporre in ordine di numero maglie (aghi) e numero ferri (ranghi) per realizzare il capo della taglia desiderata qualora dal campione si voglia procedere nella realizzazione del capo finito e nella taglia prescelta. L'interfaccia utente richiederà il punto con il quale si desidera realizzare il telo, nel nostro caso: Usiamo la Maglia Rasata, ad esempio, che è contraddistinta dal *n. 1 un quadratino rosso (davanti)*. In questo caso, leggendo questo particolare codice, il telaio automatico lavorerà, solamente la *frontura³¹* davanti, ossia gli aghi posti nella parte anteriore del carrello; abbiamo usato anche la maglia rasata diritta volessimo lavorare il telo con la maglia rasata rovescia, ci serviremo del *codice n. 2 rappresentato visivamente da un quadratino verde (dietro)* perché la frontura richiamata nel telaio automatico, sarà quella posteriore con gli aghi cioè posti nella parte posteriore del carrello. Con una semplice interfaccia grafica a colori l'operatore quindi, riempie le righe e le colonne della matrice con i quadratini rossi che corrispondono alle maglie lavorate con la maglia rasata, nel nostro caso, e nella parte inferiore e in quella superiore, per default il programma inserirà in automatico un set di ferri lavorati con un filato differente e più sottile, nonché di un colore standard, che verrà poi scucito a mano dalla magliaia. Il filato standard che verrà messo all'inizio e alla fine del lavoro, è necessario per far scorrere materialmente la maglia all'interno della macchina che sarà trasportata da pesi che ne conducono delicatamente fuori dalla stessa macchina, il lavoro ultimato.

³⁰ ciò che viene creato in un ago quando si lavora una maglia è un anella

³¹ componente per la formazione della maglia insieme agli aghi e alla finezza o quantità di aghi presenti sulla frontura

L'operatore come si è detto, a console, prima di azionare il telaio automatico, dovrà inserire i seguenti valori a seconda della tipologia di filato e della macchina che andrà ad impiegare:

- ◇ La gradazione della maglia (la densità o fittezza con la quale si desidera lavorare la maglia);
- ◇ Il numero di guida-fili ossia quanti passaggi del filo desideriamo che si compiano; questo valore è corrispondente al numero dei ferri che vogliamo eseguire del lavoro, in sostanza il numero delle linee verticali della matrice;
- ◇ Il valore dei tiraggi che dipende dalla tipologia del filato; Maggiori saranno le dimensioni del telo che verrà realizzato e maggiore sarà questo valore;
- ◇ Il pressa-maglia che è un “peso” che tiene tesa la maglia durante la fase di lavorazione, è un valore diverso a seconda del filato, se non fosse così la maglia si potrebbe strappare.

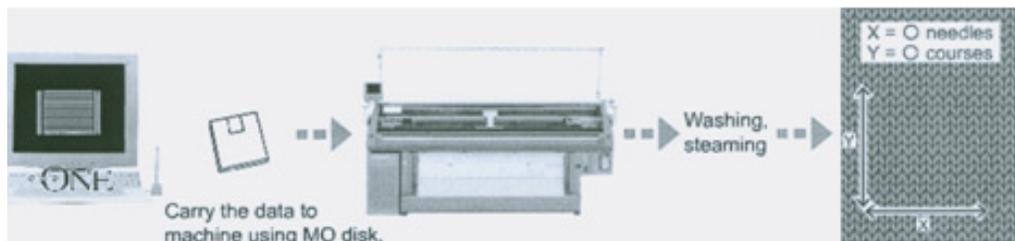


Figura 29:Fase di produzione del pattern e della sua realizzazione con la macchina da maglieria industriale da me studiata.

Al momento della compilazione dei file implementati, il software analizzerà gli errori formali e di incongruenza che l'operatore potrebbe aver commesso nell'immissione dei dati e darà qualche suggerimento per la loro correzione. Dopo aver compilato correttamente i file, si passerà alla loro memorizzazione su un supporto floppy disk. Il dischetto con i file generati e regolarmente compilati, viene inserito nel telaio automatico e fatto leggere direttamente dalla macchina per maglieria computerizzata. A questo punto l'operatore da console è chiamato a *perfezionare* gli inserimenti dei tiraggi in base al filato e alla macchina adibita; valori che in fase iniziale, da personal computer erano stati impostati solo in modo generale ma che adesso devo essere calibrati alla macchina e alla tipologia di filato utilizzato per la realizzazione del capo a maglia.

8 CONCLUSIONI

Nella prima parte di questa tesi dal titolo *Motivi ricorsivi a maglia* è stata illustrata la *storia del lavoro a maglia* nel corso dei secoli. Nella seconda parte, di carattere più tecnico, si sono invece introdotti i concetti matematici e informatici utili per motivare la tesi che sostiene l'interdisciplinarietà tra *informatica, matematica e lavoro a maglia*, la cui idea è stata valutata, considerando il fatto che il primo computer della storia in realtà fosse un telaio automatico. Per avvalorare questo assunto si è introdotto il concetto di *ricorsività* che ritroviamo in molte discipline differenti ma anche in informatica, come approccio di risoluzione efficiente di molti problemi. Si è inoltre, introdotta la definizione di *algoritmo* come sequenza di passi univoci e sintetici, utilizzati per trasformare dei dati di input in risultanze output, nonché si è parlato del paradigma *Divide et Impera* in ambito ricorsivo fornendo esempi di algoritmi ricorsivi per chiarirne al meglio il concetto. E così, si è passato alla definizione di *grammatiche di un linguaggio*, di *algoritmo ricorsivo applicato al lavoro a maglia*, definendo in questo ambito, lo *schema completo* e la *spiegazione verbale*, come metodologie di rappresentazione dei punti da lavorare a maglia utilizzate sulle riviste specialistiche del settore. Si sono illustrati, ancora, degli esempi di schemi ricorsivi nel lavoro a maglia illustrando il *punto scacchiera* ed il suo algoritmo, il *tappeto di Sierpinsky* come esempio di frattale anch'esso di tipo ricorsivo, ed infine *l'albero binario*. È stata affrontata inoltre, la tematica delle *grammatiche della maglia* come esempio applicato alla maglia del concetto di *grammatiche formali*. Si è poi introdotta la parte centrale e più importante di questa tesi parlando dei *motivi ricorsivi fantasia*, del *prodotto di Kronecker*, perché la creazione dei motivi ricorsivi originali da lavorare a maglia, punto focale del nostro lavoro, si basa sul concetto matematico, appunto, di prodotto fra matrici o *prodotto di Kronecker*. Inoltre, riguardo alle applicazioni del prodotto di Kronecker, abbiamo illustrato l'algoritmo "FancyPattern" estratto dell'articolo [5][6] che è stato il punto di partenza di questo studio che ha portato all'estensione di FancyPattern rappresentata con l'algoritmo "MotiviRicorsivi" illustrato e dettagliato.

Sulla base poi, dell'algoritmo MotiviRicorsivi, si è progettato il sito web "*motivi ricorsivi, esprimi il tuo punto di ...MAGLIA!*" di originale ideazione e realizzazione, creato per questa tesi, all'interno del quale si trova la procedura informatica in linguaggio Java *Crea il tuo motivo*, applicazione interattiva web dell'algoritmo MotiviRicorsivi. Ancora, si sono forniti numerosi esempi dell'applicazione *Crea il tuo motivo* illustrando le risultanze di tutte le opzioni previste dal programma, sia di quelle random che di quelle il cui inserimento è lasciato all'utente in modalità *manuale*. Infine si è dimostrato con esempi di lavorazioni a maglia dei motivi fantasia realizzati in base alle risultanze della procedura *Crea il tuo motivo*. La parte principale ed originale, come si è detto, è dettagliata nel capitolo 6 della presente relazione, e riguarda i "Motivi ricorsivi fantasia". Tali motivi, ottenuti in seguito ad una reinterpretazione del Prodotto di Kronecker, risultano fruibili semplicemente da parte dell'utente e sufficientemente complessi così come lo sono i motivi ottenuti dall'algoritmo frutto dello studio [5][6]. L'interfaccia web, inoltre, corredata di manuale accessibile cliccando sul link *istruzioni*, permette di modulare l'inserimento di tre parametri: *profondità della ricorsione, dimensione e composizione della matrice di base e specifica dell'operazione* e mette in grado l'utente, di generare in modo immediato una gamma di motivi fantasia praticamente infinita. Gli sviluppi futuri di questo studio, potrebbero riguardare, come già accennato, la sostituzione del punto base dritto e rovescio con un meta-punto che potrebbe a sua volta rappresentare un punto o un insieme di punti comunque complicati e scelti fantasiosamente tra la gamma dei punti base del lavoro a maglia. Ad esempio il Simbolo dritto "V" potrebbe essere una treccia incrociata sul dietro e il Simbolo rovescio " ~" potrebbe essere associato ad una treccia incrociata sul davanti, oppure ad un qualsiasi altro punto complicato e variegato tra quelli possibili. Potrebbe inoltre, essere previsto nella procedura una sorta di *array* di ciascun punto fantasia e la possibilità di controllare se per quel punto, siano state o meno rispettate *le regole* per la corretta realizzazione del punto stesso che sono, come abbiamo più volte sottolineato, il fondamento per la perfetta riuscita del punto stesso. Un'ulteriore possibilità potrebbe essere rappresentata dalla *gestione delle lavorazioni a trafori* che comporta l'inserimento di maglie aggiuntive in corrispondenza della presenza dei punti traforati, infine, potrebbero essere stabiliti filati bicromatici e varianti fantasiose praticamente infinite.

Riferimenti bibliografici

- ⁱ http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_knitting - ultima visita il 3/9/2009
http://it.wikipedia.org/wiki/Storia_del_lavoro_a_maglia - ultima visita 3/9/2009
- ⁱⁱ <http://www.guernsey-sweaters.com/system/index.html> - ultima visita 9/9/2009
- ⁱⁱⁱ http://it.wikipedia.org/wiki/Telaio_Jacquard ultima visita 3/9/2009
- ^{iv} <http://it.wikipedia.org/wiki/Ricorsivit%C3%A0> - ultima visita 9/9/2009
- ^v http://it.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_ricorsivo - ultima visita 9/9/2009
- ^{vi} <http://www.gmsl.it/mathweb/> ultima visita 3/9/2009
- ^{vii} <http://www.museoaica.it/>
<http://www.etimo.it> - ultima visita 9/9/2009
<http://it.encyclopedia.msn.com/encyclopedia> -ultima visita 9/9/2009
<http://hobbydonna.it> per approfondimenti e controllo delle fonti sulla maglia - ultima visita 9/9/2009
The Home of Mathematical Knitting, <http://www.toroidalsnark.net/mathknit.html> - ultima visita 9/9/2009
The girl from auntie, <http://thegirlfromauntie.com/patterns/celtic> - ultima visita 9/9/2009
- ^{viii} <http://www.donneconoscenzastorica.it/testi/creta/scritt.htm> - ultima visita 9/9/2009
- ^{ix} http://it.wikipedia.org/wiki/Prodotto_di_Kronecker -ultima visita 9/9/2009
- [1]Rutt R., *A History of Handknitting* isbn 10:1-931499-37-3 ISBN 13:978-1-931499-37-8
[2]H.O. Petigen, P.H. Richter, 1987, *La bellezza dei frattali*, Bollati Boringhieri
[3]Luccio Fabrizio, 1982, *La struttura degli algoritmi*, Bollati Boringhieri
[4]Luccio Fabrizio, 1974, *Strutture Linguaggi Sintassi*, Bollati Boringhieri;
[5]Bernasconi A. Bodei C. Pagli L., *On formal description for knitting recursive patterns*, Journal of Mathematics and the Arts, research article, Vol.00,No.00,Month 200x, 1-20;
[6]Bernasconi A. Bodei C. Pagli L., *Knitting for fun: a recursive*
[7]Schmidhuber J., *Low-Complexity Art*, Leonardo, Journal of the International Society for the Arts, Science and Technology, vol. 30:2, MIT Press (1997), pp. 97-103;
[8]Suzuki D., Miyazaki T., Yamada K., Nakamura T., Itoh H., *A Supporting System for Colored Knitting Design*, Proceeding of the 13th Int. Conf. on Industrial and engineering applications of artificial intelligence and expert system, IEA/AIE, New Orleans, Louisiana, USA, Lecture Notes in Computer Science 1821, Springer-Verlag,2000;

[9] Ekàrt A., *Evolution of Lace Knitting Patterns by Genetic Programming*, Computer Science School of Eingeerin and Applied Science, Aston University B4 7ET Aston Triangle, Birmingham, United Kingdom.

[10] Crescenzi P., Gambosi G., Grossi R., *Strutture di dati e algoritmi*, Person-Addison, Wesley 2006

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1: Atene Museo del Partenone, Kore n. 670	7
Figura 2 : L'ago piatto, con piccolo buco per il filato per il naldibing	8
Figura 3 : La lavorazione con la tecnica del nalbinding vagamente simile alla maglia	9
Figura 4 : La zona dei primi ritrovamenti	10
Figura 5 : Simbolo Cristiano Copto	10
Figura 6 : Jacopo di Chimenti da Empoli Nozze di Caterina de' Medici - 1600	13
Figura 7: L'opera più rappresentativa del lavoro a maglia di Mastro Bertram (1400-1410)	14
Figura 8: Le schede perforate (destra) e i licci	20
Figura 9: Jackson Pollock (1912-1956) Blur Poles: Number 11, 1952	23
Figura 10: Raffigurare la struttura sintattica delle frasi secondo un diagramma ad albero.	30
Figura 11: Descrizione verbale del Chicco di Riso	37
Figura 12: Esempio di schema completo del punto Chicco di Riso	37
Figura 13: Spiegazione verbale del punto Legaccio	38
Figura 14: Schema completo del Punto Legaccio	38
Figura 15: Spiegazione verbale del punto Costa 1/1	38
Figura 16: Schema completo del punto costa 1/1	39
Figura 17: Spiegazione verbale del Punto a Scacchiera	40
Figura 18: Schema completo del Punto a Scacchiera	41
Figura 19: Dove D è una piccola piastrella lavorata a maglia Rasata Diritta ecc.	41
Figura 20 : Dove S rappresenta le piccole piastrelle di dimensione identica 1 x1 ecc	42
Figura 21: Tappeto di Sierpinsky	45
Figura 22: Immagine della realizzazione a maglia del tappeto di Sierpinsky [5][6]	45
Figura 23: L'albero genealogico di Silvia	46
Figura 24 :Albero binario completo pallini neri/pallini bianchi [5][6]	47
Figura 25: Spiegazione verbale del Punto Chicco di Riso	48
Figura 26: Schema completo Punto Scacchiera 4 x 4	50
Figura 27 : S.C.Punto Scacchiera 2 x 2	50
Figura 28 : S.C.Punto Scacchiera 1 x 1 altrimenti detto Punto Chicco di Riso	51
Figura 29: Fase di Produzione del pattern e della sua realizzazione con la macchina da maglieria	68

INDICE DELLE TAVOLE

Tavola [1]: Layout pagina Crea il tuo motivo del sito web
Tavola [2]: Caso random di Crea il tuo motivo inserimento parametri
Tavola [3]: Caso random di Crea il tuo motivo visualizzazione output
Tavola [4]: Caso random di Crea il tuo motivo inserimento parametri
Tavola [5]: Caso random di Crea il tuo motivo visualizzazione output
Tavola [6]: Motivo random di Crea il tuo motivo inserimento parametri
Tavola [7]: Motivo random di Crea il tuo motivo visualizzazione output
Tavola [8]: Operazione random di Crea il tuo motivo inserimento parametri
Tavola [9]: Operazione random di Crea il tuo motivo visualizzazione output
Tavola [10]: Caso manuale di Crea il tuo motivo inserimento parametri
Tavola [11]: Caso manuale di Crea il tuo motivo visualizzazione output
Tavola [12]: Tappeto di Sierpinsky di Crea il tuo motivo inserimento parametri
Tavola [13]: Tappeto di Sierpinsky di Crea il tuo motivo visualizzazione output